



INSTITUTO POLITÉCNICO
DE VIANA DO CASTELO

RELATÓRIO FINAL DE PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA

Mestrado EPE e Ensino do 1º CEB

Raciocinando matematicamente: um estudo com
alunos do 4.º ano de escolaridade

Cátia Roberta Mesquita dos Santos



INSTITUTO POLITÉCNICO
DE VIANA DO CASTELO

Cátia Roberta Mesquita dos Santos

RELATÓRIO FINAL DE PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA

Mestrado em Educação Pré-Escolar e
Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico

Raciocinando matematicamente: um estudo com alunos do
4.º ano de escolaridade

Trabalho sob a orientação da
Professora Doutora Lina Fonseca

Novembro de 2018

*“Education is the most powerful weapon which
you can use to change the world.”*

Nelson Mandela

AGRADECIMENTOS

Percorrido este caminho capaz de despoletar em mim um turbilhão de emoções entre o entusiasmo, a dedicação, a emoção e desânimo, fico imensamente grata a todos aqueles que se cruzaram comigo, enquanto o fui percorrendo, de forma terna, passo a passo...

Um eterno obrigada,

À minha orientadora, Professora Lina Fonseca, por toda a sua disponibilidade, pelos conselhos sempre providos de uma enorme sabedoria e experiência e, principalmente, por todo o carinho e apoio quando o ânimo faltava.

À minha mãe, pelo amor incondicional, pela paciência e por todo o esforço. Por fazer do cansaço coração, vezes e vezes sem conta, para que nada abalasse esta oportunidade de construir o meu futuro e de realizar um dos meus muitos sonhos.

À minha irmã. À pessoa que tem o dom de me tirar do sério e de fazer com que me esqueça disso quase que momentaneamente. À guardiã de inúmeros segredos e de mil e uma histórias que contadas, ninguém acreditaria.

Aos meus avós. A quem a vida não permitiu verem de perto a tão esperada conclusão deste trabalho. Mas que tenho a certeza que, mesmo não podendo comemorar comigo, estarão muito orgulhosos.

À Andreia. À minha Andreia. À pessoa que tornou todo este percurso mais feliz. À loucura com que juntas estudámos, planeámos, implementámos, cantámos, criámos, viajámos, crescemos e enfrentámos o mundo!

Ao Cristiano. Ao amigo, namorado e cúmplice de todas as horas. No abraço de quem todos os momentos de aperto se pareciam dissipar. Obrigada por seres a calma e o meu ponto de encontro comigo mesma.

Ao meu grupo e aos meus alunos, sim, porque depois de tudo, sinto-os também como um bocadinho meus. Pela alegria contagiante com que me recebiam todos os dias, e que não me deixava, em momento algum, duvidar da minha vocação intrínseca.

Às escolas, ao pessoal docente e não docente que sempre tão bem me acolheu e que tanto me ensinou. Em especial, à educadora Graça e à professora Paula, verdadeiras apaixonadas pelo que fazem.

Termino, pedindo desculpa a todos pelos dias em que não fui a orientanda, a filha, a irmã, a amiga e a namorada mais paciente e, em que o meu mau feitio, falou mais alto e se deixou levar pela pressão e pelo stress do dia a dia. Foi graças a vocês que tudo isto foi possível.

Obrigada!

RESUMO

A presente investigação, desenvolvida no âmbito da Prática de Ensino Supervisionada do Mestrado em Educação do Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico, tem como propósito compreender o tipo de raciocínio que os alunos do 4.º ano desenvolvem perante uma determinada tarefa e como o fundamentam, ao longo da realização de uma determinada sequência de tarefas. Pretendeu-se criar condições para que desenvolvam e aperfeiçoem o seu raciocínio através da justificação, mas também, promover-se momentos reflexivos nos quais, através da partilha, se disponibilizassem técnicas de auxílio de organização do seu próprio pensamento. Neste sentido, e de forma a orientar o estudo, formularam-se as seguintes questões de investigação: 1. Como se caracteriza o raciocínio matemático de alunos do 4.º ano de escolaridade?; 2. Como é que os alunos procuram justificar as suas resoluções?; 3. Que estratégias de resolução de problemas utilizam?. Perante a intenção deste estudo torna-se implícita a utilização de uma abordagem qualitativa, pois o raciocínio e a sua comunicação envolvem, naturalmente, a descrição e exploração de estratégias com base no que os participantes enunciam. Seguiu-se um design de estudo de caso, caso este, constituído por dezanove alunos de uma turma do 4.º ano de escolaridade. Como meio de obter informações relevantes, foram utilizados como métodos de recolha de dados, observações, notas de campo, conversas informais, gravação áudio, vídeo e fotografia e, tarefas individuais e de grupo.

Os resultados obtidos apontam para uma melhoria significativa de diferentes capacidades dos alunos, nomeadamente, a nível da compreensão e resolução de problemas, da identificação e aplicação de estratégias e da comunicação matemática, sendo que se revelaram bastante capazes de utilizar diferentes esquemas de justificação para sustentar e defender o seu raciocínio. Verificando-se também, um aumento de atitudes positivas, como a motivação, o envolvimento e a persistência dos alunos face a esta disciplina.

A reflexão que surge no final deste estudo é reflexo de toda a prática experienciada pela investigadora que assumiu, em simultâneo, o papel de professora estagiária do grupo.

Palavras-chave: esquemas de justificação; estratégias de resolução de problemas; raciocínio matemático.

ABSTRACT

The present research, developed within the Supervised Teaching Practice from the Pre-school and Primary Teacher Education (1st cycle) Master Degree, aims to understand the type of reasoning that 4th grade students develop with a certain task and how they base on it. It is intended not only to create conditions for them to develop and improve their reasoning through justification, but to understand how students share their reasoning within each other. For this matter, and to guide this study, the following research questions were formulated: 1st) How to characterize 4th grade students mathematical reasoning?; 2nd) How do 4th grade students justify their resolutions?; 3rd) What problem solving strategies do 4th grade students use? Due to the main goals of the study, the use of a qualitative approach is implicit, since the reasoning and its communication naturally involve the description and exploration of strategies based on what the participants enunciate, a case study was designed. The case study includes nineteen students from a class of the 4th grade. To obtain relevant data, observations, field notes, informal conversations, audio recording, video and photography, and individual and group tasks were used.

The results obtained point out to a significant improvement in the different capacities of the students, namely, in understanding and solving problems, identifying and applying strategies and mathematical communication, being that they proved quite capable of using different proof schemes to support and defend their reasoning. There is also an increase in positive attitudes, such as motivation, involvement and persistence of students in mathematics.

The reflection that arises at the end of this study is the reflection of all the practice experienced by the researcher who, simultaneously, assumed the role of trainee teacher of the group.

Keywords: mathematical reasoning; problem-solving strategies; proof schemes.

ÍNDICE

AGRADECIMENTOS.....	i
RESUMO	iii
ABSTRACT	iv
ÍNDICE.....	v
ÍNDICE DE FIGURAS	viii
ÍNDICE DE QUADROS.....	x
LISTA DE ABREVIATURAS.....	xi
NOTA INTRODUTÓRIA	1
CAPÍTULO I – ENQUADRAMENTO DA PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA	2
CARACTERIZAÇÃO DOS CONTEXTOS EDUCATIVOS	3
Caracterização do Contexto Educativo do Pré-Escolar	3
Caracterização do meio local	3
Caracterização do agrupamento/ jardim de infância.....	3
Caracterização da sala de atividades e rotinas	5
Caracterização do grupo	6
Percurso da Intervenção Educativa no Pré-Escolar	7
Áreas de Intervenção	8
Projeto de Empreendedorismo	12
Caracterização do Contexto Educativo do 1º Ciclo do Ensino Básico.....	16
Caracterização do meio local	16
Caracterização do agrupamento/ escola.....	16
Caracterização da sala de aula e horário de trabalho	17
Caracterização da turma	19
Percurso da Intervenção Educativa no 1º Ciclo do Ensino Básico	20
Áreas de Intervenção	20
CAPÍTULO II – TRABALHO DE INVESTIGAÇÃO	24
TRABALHO DE INVESTIGAÇÃO	25
Pertinência do Estudo	25
Problema de Investigação.....	26
REVISÃO DE LITERATURA	28

Raciocínio Matemático	28
Tipos de Raciocínio Matemático	32
Esquemas de Justificação.....	35
Tarefas Matemáticas	38
Estratégias de Resolução de Problemas.....	41
Estudos Empíricos	43
METODOLOGIA.....	46
Opções metodológicas.....	46
Participantes	47
Técnicas de Recolha de Dados	48
Tarefas de intervenção pedagógica	49
Documentos dos alunos	54
Observação.....	54
Fotografias e vídeos	55
Inquérito.....	55
Questionário	55
Entrevista	56
Categorias de análise de dados	57
Calendarização.....	58
APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DE RESULTADOS.....	61
Tarefa n.º1 - A Caminho do Zoo.....	61
Tarefa n.º2 - Descobrindo as Piranhas.....	66
Tarefa n.º3 - Descobrindo os Mandris	71
Tarefa n.º4 - Descobrindo o Chital, o Caimão e o Pato Mandarin.....	76
Tarefa n.º5 - Descobrindo os Tritões de Barriga Vermelha	83
Tarefa n.º6 - Construindo memórias	86
Questionários.....	92
CONCLUSÕES.....	96
Resposta às questões do estudo.....	96

Considerações finais	103
CAPÍTULO III – REFLEXÃO SOBRE A PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA.....	107
Reflexão final	108
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	111
ANEXOS	114
Anexo 1- Exemplo de planificação do Pré-escolar.....	115
Anexo 2- Exemplo de planificação do 1.º Ciclo do Ensino Básico.....	119
Anexo 3- Autorização de consentimento informado.....	124
Anexo 4- Questionários	125
Anexo 5- Carta mistério das Piranhas.....	126
Anexo 6- Carta mistério dos Mandris	126
Anexo 7- Cartas mistério do Chital, do Caimão e do Pato Mandarin	127
Anexo 8- Carta mistério dos Tritões de Barriga Vermelha	128

ÍNDICE DE FIGURAS

<i>Figura 1-</i> Relação entre diversos tipos de tarefas, a nível de grau de desafio e de abertura.....	39
<i>Figura 2-</i> Resposta apresentada pelo aluno T. na tarefa 1.	62
<i>Figura 3-</i> Resposta apresentada pelo aluno SS. na tarefa 1.	62
<i>Figura 4-</i> Exemplo de esquema apresentado pela investigadora durante a exploração da tarefa 1.	63
<i>Figura 5-</i> Exemplo de um raciocínio aditivo apresentado pelo aluno J. na tarefa 1.....	63
<i>Figura 6-</i> Exemplo de um raciocínio multiplicativo apresentado pela aluna LP. na tarefa 1.....	64
<i>Figura 7-</i> Exemplo de uma representação simbólica apresentada pelo aluno G. na tarefa 1.....	64
<i>Figura 8-</i> Resposta apresentada pela aluna LA. na tarefa 1.....	65
<i>Figura 9-</i> Resposta apresentada pelo aluno T. na tarefa 2.	66
<i>Figura 10-</i> Exemplo das estratégias apresentadas pela aluna G. na tarefa 2.	67
<i>Figura 11-</i> Exemplo de resposta sem a utilização do conceito, apresentada pela aluna LA. na tarefa 2.....	67
<i>Figura 12-</i> Exemplo de resposta com a utilização do conceito, apresentada pela aluna L. na tarefa 2.....	67
<i>Figura 13-</i> Exemplo de resposta apresentada pela aluna I. na tarefa 2.	68
<i>Figura 14-</i> Resposta apresentada pelo aluno R. na tarefa 2.	68
<i>Figura 15-</i> Resposta apresentada pela aluna LP. na tarefa 2.....	69
<i>Figura 16-</i> Resposta apresentada pela aluna G. na tarefa 3.	71
<i>Figura 17-</i> Resposta apresentada pelo aluno A. na tarefa 3.....	72
<i>Figura 18-</i> Resposta apresentada pelo aluno T. na tarefa 3.	72
<i>Figura 19-</i> Resposta apresentada pela aluna LP. na tarefa 3.....	73
<i>Figura 20-</i> Resposta apresentada pelo aluno R. na tarefa 3.	75
<i>Figura 21-</i> Resposta apresentada pelo aluno T. na tarefa 4.	77
<i>Figura 22-</i> Resposta apresentada pela aluna G. na tarefa 4.	77
<i>Figura 23-</i> Resposta apresentada pela aluna LA. na tarefa 4.	78
<i>Figura 24-</i> Resposta apresentada pela aluna L. na tarefa 4.....	79
<i>Figura 25-</i> Resposta apresentada pelo aluno G. na tarefa 4.....	80
<i>Figura 26-</i> Resposta apresentada pelo aluno R. na tarefa 4.	81
<i>Figura 27-</i> Resposta apresentada pelo aluno P. na tarefa 5.	83
<i>Figura 28-</i> Resposta apresentada pelo aluno A. na tarefa 5.....	84

<i>Figura 29-</i> Resposta apresentada pelo aluno G. na tarefa 5.....	84
<i>Figura 30-</i> Resposta apresentada pelo aluno MD. na tarefa 5.	85
<i>Figura 31-</i> Resposta apresentada pelo aluno T. na tarefa 6.	87
<i>Figura 32-</i> Resposta apresentada pelo aluno A. na tarefa 6.....	88
<i>Figura 33-</i> Resposta apresentada pela aluna I. na tarefa 6.	88
<i>Figura 34-</i> Resposta apresentada pelo aluno R. na tarefa 6.	89
<i>Figura 35-</i> Resposta apresentada pelo aluno MD. na tarefa 6.	90
<i>Figura 36-</i> Resposta apresentada pela aluna M. na tarefa 6.	90
<i>Figura 37-</i> Gráfico ilustrativo das razões que levaram os alunos a gostar da sua participação na dinâmica implementada.	93
<i>Figura 38-</i> Gráfico ilustrativo das respostas dadas relativamente à importância da justificação na área da matemática.	94
<i>Figura 39-</i> Gráfico ilustrativo dos argumentos os alunos utilizaram para sustentarem a importância de justificarem na área da matemática.	94
<i>Figura 40-</i> Gráfico ilustrativo das respostas dadas relativamente à área em que os alunos se sentem mais à vontade para justificar.	95

ÍNDICE DE QUADROS

<i>Quadro 1</i> - Organização das atividades semanais.....	6
<i>Quadro 2</i> - Horário da turma.....	18
<i>Quadro 3</i> - Apresentação da tarefa n.º1.....	50
<i>Quadro 4</i> - Apresentação da tarefa n.º2.....	51
<i>Quadro 5</i> - Apresentação da tarefa n.º3.....	51
<i>Quadro 6</i> - Apresentação da tarefa n.º4.	52
<i>Quadro 7</i> - Apresentação da tarefa n.º5.....	52
<i>Quadro 8</i> - Apresentação da tarefa n.º6.	53
<i>Quadro 9</i> - Categorização dos dados.	58
<i>Quadro 10</i> - Calendarização do estudo.....	59
<i>Quadro 11</i> - Quadro síntese relativo ao tipo de raciocínios utilizados.....	96
<i>Quadro 12</i> - Quadro síntese relativo ao tipo de representações utilizados.	99
<i>Quadro 13</i> - Quadro síntese relativo aos esquemas de justificação manifestados.	100
<i>Quadro 14</i> - Quadro síntese relativo às estratégias utilizadas.	101
<i>Quadro 15</i> - Quadro síntese relativo às estratégias maioritariamente utilizadas em cada tarefa.	102

LISTA DE ABREVIATURAS

AEC - Atividades de Enriquecimento Curricular

CEB - Ciclo do Ensino Básico

EAFM - Expressões Artísticas e Físicas Motoras

EE - Encarregados de Educação

ESE-IPVC - Escola Superior de Educação –Instituto Politécnico de Viana do Castelo

INE - Instituto Nacional de Estatística

Jl - Jardim de Infância

NCTM - *National Council of Teachers of Mathematics*

NEE - Necessidades Educativas Especiais

PE- Professoras Estagiárias

PES - Prática de Ensino Supervisionada

PNL - Plano Nacional de Leitura

SIC - Seminário de Integração Curricular

TIC - Tecnologias de Informação e Comunicação

NOTA INTRODUTÓRIA

O presente relatório decorreu da intervenção em contexto educativo de Jardim de Infância e de 1.º Ciclo do Ensino Básico no âmbito da Prática de Ensino Supervisionada (PES), do Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico da Escola Superior de Educação de Viana do Castelo. É um breve resumo reflexivo de todo o trabalho teórico e prático desenvolvido ao longo do último ano letivo (2017/2018) e centra-se na área da Matemática.

O relatório encontra-se organizado em três capítulos base:

No Capítulo I descrevem-se os contextos onde se realizou a PES, caracterizando-se as instituições e o meio, bem como os percursos de intervenção e o grupo/ turma.

No Capítulo II apresenta-se todo o trabalho de investigação propriamente dito, dividido em três grandes focos– o enquadramento teórico, a investigação empírica e as conclusões adjacentes à mesma.

O Capítulo III, por sua vez, fecha este relatório com uma reflexão acerca do percurso de estágio desenvolvido no contacto com as estâncias educativas em questão, quer perante uma lente mais pessoal, quer profissional.

CAPÍTULO I - ENQUADRAMENTO DA PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA

CARACTERIZAÇÃO DOS CONTEXTOS EDUCATIVOS

Neste ponto apresenta-se a caracterização do contexto educativo, compreendendo aspetos como a descrição do meio, do agrupamento/ jardim de infância e do agrupamento/ escola, da sala e do grupo/ turma na qual decorreu a Prática de Ensino Supervisionada. Foca-se, por fim, o percurso de intervenção educativa e as suas áreas de intervenção.

Caracterização do Contexto Educativo do Pré-Escolar

Caracterização do meio local.

O contexto educativo onde decorreu a Prática de Ensino Supervisionada insere-se numa das freguesias do concelho e distrito de Viana do Castelo.

O concelho de Viana do Castelo é, atualmente, constituído por 27 freguesias devido à recente reorganização administrativa que agregou algumas das 40 freguesias pré-existentes. O centro educativo em que decorreu a PES pertence assim, a uma união de freguesias resultante dessa reorganização, contando com um total de 25 375 habitantes, de acordo com os dados do Instituto Nacional de Estatística (INE, 2011).

O contexto encontra-se situado numa zona urbana, sendo as principais atividades económicas o comércio, a indústria naval, a pesca e o artesanato, acompanhando a base das principais atividades económicas do concelho. Devido ao desenvolvimento económico potenciado pelo setor terciário, o crescente comércio e a criação de novas infraestruturas de saúde, culturais e desportivas, esta freguesia tem evidenciado algumas alterações urbanísticas.

A freguesia apresenta ainda, vários pontos de atração turística, não só de interesse cultural como também religioso. As festividades e tradições vividas culturalmente atraem, por ano, milhares de pessoas a Viana do Castelo.

Caracterização do agrupamento/ jardim de infância.

O centro educativo integra-se num amplo agrupamento constituído por três jardins-de-infância, dois deles coexistentes com escolas de 1.º ciclo, cinco escolas básicas de 1.º ciclo, uma de 2.º e 3.º ciclos e, ainda, uma escola secundária, atual sede do agrupamento, resultando num total de oito unidades educativas.

O contexto em questão (JI) encontra-se integrado com uma das escolas básicas de 1.º ciclo, onde ambos partilham um mesmo espaço físico exterior, de dimensões bastante razoáveis. Neste, existe um pequeno espaço coberto o que possibilita momentos de brincadeira em dias de chuva e um significativo espaço aberto de jogo livre no qual se podem observar diversos jogos marcados no pavimento (jogo da macaca, jogo do caracol, jogo da minhoca, etc.).

No que se refere ao espaço interior, dispõe de um edifício bem estruturado e capaz de suportar as duas valências a que se propõe.

Na área destinada ao pré-escolar existem quatro salas de atividades, duas salas de prolongamento - destinadas à Componente de Apoio à Família -, uma sala de reuniões, uma pequena biblioteca, um ginásio que, embora de dimensões reduzidas, se encontra extremamente bem equipado e com materiais muito diversificados, uma casa de banho para adultos e duas para uso exclusivo das crianças, uma pequena arrecadação e uma sala destinada às atividades experimentais. Esta área conta ainda com um pequeno refeitório, que serve exclusivamente para o almoço das crianças, sendo a comida confeccionada na cantina do 1.º ciclo.

No que aos recursos humanos diz respeito, a instituição conta com cinco educadoras, sendo que duas se encontram ao abrigo do artigo 79.º do Estatuto da Carreira Docente. Recebe ainda uma professora da Academia de Música duas vezes por semana e, uma professora do 1.º Ciclo de Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) uma vez por semana, para desenvolverem atividades com as crianças nas respetivas áreas. Quanto ao pessoal não-docente, existem três assistentes operacionais que colaboram na gestão organizacional das crianças e duas animadoras da Câmara Municipal que acompanham as crianças nos períodos não letivos e nos prolongamentos.

Relativamente ao horário de funcionamento, este decorre das 7:45 às 18:30, seguindo diariamente a seguinte logística:

- Das 7:45 às 9:00 - Receção das crianças;
- Das 9:00 às 15:30 - Atividades com a educadora;
- Das 15:30 às 18:30 - Prolongamento.

Caracterização da sala de atividades e rotinas.

A sala de atividades, na qual decorreu toda a prática educativa, apresenta condições bastante favoráveis e adequadas para responder às necessidades e às aprendizagens das crianças. Trata-se de uma sala ampla, bastante iluminada por luz natural, devido às diversas janelas que possui, favorecendo também a circulação do ar. Esta encontra-se também equipada com dois radiadores de aquecimento central, aspeto bastante relevante no inverno.

No que se refere à organização do espaço, a sala subdivide-se em doze áreas de intervenção, sendo elas: a área da costura, a área da modelagem, a área das experiências, a área da pintura, a área do desenho, a área da colagem, a área da biblioteca, a área do computador, a área dos jogos de chão, a área dos jogos de mesa, a área dos projetos e, num pequeno espaço à parte, a área da casa.

Existe ainda, um quadro de ardósia promotor da exploração da escrita e do desenvolvimento de grafismos e, um placar de cortiça no qual vão sendo afixados trabalhos elaborados pelas crianças e diversos cartazes com letras e números que apoiam os momentos para aprendizagem e de exploração de conhecimentos. A sala tem, também, vários armários de arrumação de materiais aos quais as crianças facilmente, e de forma autónoma, têm acesso.

Moufarda (2014), cita Zabalza (1998) no seu *Relatório sobre a Importância e o Impacto das Rotinas na Creche e no Jardim-de-Infância*, referindo que nestas salas, nada deverá ter tanta importância quanto a rotina, pois, esta acaba por se traduzir num marco de referência que quando é “apreendido dá uma grande liberdade de movimentos, tanto às crianças como ao educador” (p.169). O mesmo autor refere ainda que a rotina desempenha um papel facilitador na captação temporal e dos processos temporais, ou seja, da sequência temporal (Zabalza, 1998). Desta forma, “a criança aprende a existência de fases”, ou seja, o que ocorre antes, depois, ... (Zabalza, 1998, p.170).” (p.22).

Na sala de atividades em questão, a captação dessa sequência organizada pelo grupo era bem evidente. Ao entrar na sala, todos marcavam a sua presença e seguiam para o tapete, onde em grande grupo, se cantava os bons dias. De seguida, era realizada a distribuição das tarefas, a partir da qual, se encontravam os responsáveis por: fazer o

comboio, distribuir as mochilas, preencher os quadros do tempo/atividades/dias, tocar as maracas e distribuir os guardanapos e o leite.

De seguida, o responsável pelos quadros deveria executar a sua função e registar a data, identificar o tempo atmosférico e fazer a distribuição do grupo pelas diferentes áreas conforme o que, individualmente, as crianças, fossem escolhendo.

Após este momento, eram realizadas atividades orientadas pela educadora até às 10:30, altura, efetivamente, em que era feita uma pausa para o lanche. A partir das 11:00 as crianças dirigiam-se para as áreas escolhidas, anteriormente, até às 12:00. As atividades na sala retomavam-se às 13:30, e tinham início com uma nova distribuição das crianças pelas áreas, seguindo-se cerca de 30 minutos de atividades orientadas pela educadora. Posto isto, as crianças dirigiam-se para a área que escolheram até às 14:50, momento em que se juntam, em grande grupo, para fazerem a avaliação do dia. Seguindo-se a hora do lanche e, à medida que acabavam de lanchar, as crianças deslocavam-se para a sala de prolongamento.

Para além das rotinas enunciadas, durante a semana, as atividades orientadas pela educadora, seguem também um princípio sequencial, como podemos verificar no *Quadro 1*- Organização das atividades semanais.

Atividade	Horário
Sessão de <i>Yoga</i>	Segunda-feira das 10:00 às 10:30
Hora do conto	Segunda-feira e quarta-feira das 13:30 às 14:00
Atividade experimental de Ciências	Terça-feira das 10:00 às 10:30
Expressão Musical	Terça-feira e quinta-feira das 13:30 às 14:00
Educação Física	Quarta-feira das 10:00 às 10:30
Resolução de problemas de Matemática	Quinta-feira das 10:00 às 10:30
Expressão Dramática	Sexta-feira das 10:00 às 10:30

Quadro 1 - Organização das atividades semanais.

Caracterização do grupo.

O grupo com o qual se desenvolveu a intervenção era composto por vinte e cinco crianças, oito do sexo masculino e dezasseis do sexo feminino, com idades compreendidas

entre os 3 e os 6 anos de idade - oito crianças de 3 anos, duas de 4 anos, catorze de 5 anos e, uma de 6 anos.

Trata-se de um grupo bastante heterogéneo a nível de desenvolvimento, quer dentro ou fora de uma determinada faixa etária. Contudo, a maioria destas crianças, regista os padrões de desenvolvimento esperados para a idade. No contexto pedagógico existe, efetivamente, a preocupação de promover atividades diversificadas, nas mais variadas áreas de conteúdo, de forma intencional e sistemática, potenciando o desenvolvimento contínuo de todas as crianças do grupo.

Salienta-se apenas uma necessidade extra de atenção e de medidas de intervenção a duas das crianças do grupo, pois como é passível de ser lido no Projeto Pedagógico de 2017/2018 elaborado pela educadora titular, estas crianças, ambas com 5 anos, “apresentam alguns problemas de comportamento, oposição ao adulto, impulsividade, dificuldade de concentração e de autocontrolo. Uma destas crianças encontra-se institucionalizada, mas num processo de retorno à família. A segunda criança foi referenciada, por apresentar comportamentos de risco.”.

Neste momento, o grupo tem ainda duas crianças referenciadas ao nível da linguagem a serem seguidas, regularmente, na terapia da fala.

Referimo-nos a crianças que, na sua maioria, apresentam um bom comportamento e, têm bem presentes as regras da sala, procurando respeitá-las, bem como respeitar educadora, a assistente operacional e qualquer adulto que de alguma forma integre o grupo.

São crianças bastante empenhadas, motivadas e curiosas por entender o mundo que as rodeia, sempre prontas a colocar questões pertinentes e desafiadoras que elevam e potencializam as suas aprendizagens.

Percurso da Intervenção Educativa no Pré-Escolar

Neste ponto descrever-se-ão as principais áreas de intervenção, para as quais se faz remissão direta para os conteúdos abordados, bem como algumas estratégias pertinentes utilizadas. Segue-se uma breve contextualização do Projeto de Empreendedorismo realizado com este grupo de crianças.

Áreas de Intervenção.

Tendo em conta a importância do trabalho colaborativo no ensino, a PES encontra-se estruturada de forma a que os mestrandos se organizem em pares pedagógicos ao longo das quinze semanas de intervenção.

As três primeiras semanas são destinadas à observação do grupo, com o objetivo de conhecer não só as estratégias e metodologias adotadas pela educadora cooperante como as capacidades e motivações das crianças. As restantes semanas são distribuídas equitativamente pelo par pedagógico, nomeadamente, seis semanas de intervenção para cada elemento do par. Apresentávamo-nos no contexto três dias por semana (segunda-feira, terça-feira e quarta-feira), com exceção das duas semanas intensivas em que nos deslocámos ao contexto a semana inteira.

Apesar da regência ser repartida, todo o trabalho prévio, ou seja, a planificação das atividades a desenvolver, foi elaborado em trabalho cooperativo e, todas as decisões sobre o que abordar e quando abordar, partiram de conversas com a educadora titular de acordo com as necessidades e vontades do grupo naquele determinado momento.

Face a isto, e tal como a educadora titular nos incutiu, procuramos utilizar como modelo curricular a Escola Moderna e o High Scope, integrados numa Metodologia de Trabalho por Projeto.

Após pesquisarmos sobre o assunto, consideramos que esta última, dá voz a uma série de pedagogias essenciais ao desenvolvimento integral das crianças, nomeadamente, à pedagogia da participação, defendida por Formosinho (2015), pois caracteriza-se pela criação de ambientes pedagógicos em que as interações e as relações sustentam atividades e projetos conjuntos, que permitem à criança e ao grupo ir construindo a sua própria aprendizagem e celebrando as suas realizações; à pedagogia da diversidade advogada também por Formosinho (2016) que refere “a pedagogia da infância como um processo de desenvolvimento de identidades plurais: a educação precisa tornar-se assim um meio para cultivar a humanidade apoiando o desenvolvimento das identidades pessoais, relacionais, holísticas nos seus contextos e culturas, das identidades que aprendem em pertença e

participação, das identidades que exploram em comunicação e se iniciam a narrar a significatividade da aprendizagem.”; e, à prática da aprendizagem partilhada ou, também conhecida como aprendizagem mediada, sustentada por Vigostky e referida em Dias (2008), defendendo o desenvolvimento dos chamados processos mentais superiores - planejar ações, compreender que algumas dessas ações têm consequências, imaginar objetos/jogos, etc..

Para além de tudo isto, encontrámos dinâmicas de trabalho defendidas, como já foi referido anteriormente, pela Escola Moderna como a elaboração de quadros, os livros de vivências e avaliação em grupo e, pelo High Scope, na exploração das experiências-chave e do partir dos conhecimentos prévios para potencializar novas aprendizagens.

Assim, e guiando-nos pelo documento *Orientações Curriculares para Educação Pré-Escolar* (ME, 2016), procuramos articular as três áreas de conteúdo - *Área da Formação Pessoal e Social* (construção da identidade, autoestima, autonomia, consciência de si como aprendente, consciência democrática); *Área das Expressões* (domínio da educação física; domínio da educação artística, domínio da matemática e domínio da linguagem oral e da abordagem à escrita); e *Área do Conhecimento do Mundo* (introdução à metodologia científica, abordagem às ciências e tecnologias) - de forma bastante intuitiva e natural, respeitando, sempre que possível, o horário do grupo, as planificações anuais de referência delineadas pelo departamento do pré-escolar, o projeto curricular de grupo e, o plano anual atividades da escola e do agrupamento.

Como tal, nas diferentes áreas de conteúdo, fomos abordando os diferentes domínios que lhes eram subjacentes, sempre com o intuito de desenvolver atividades didáticas, dinâmicas e motivadoras e que, acima de tudo, potenciassem o interesse, a significação (conexão com a realidade) e a aquisição de conhecimentos por parte do grupo. Como é exemplo a planificação em anexo 1, referente ao dia 4 de janeiro.

Na *Área da Formação Pessoal e Social* foram abordados vários conteúdos integrados nos domínios que regem as suas orientações: na *construção da identidade e da autonomia* focamos aspetos como as características individuais (sexo, idade, nome, etc.) e as semelhanças/ diferenças com as características dos outros, os gostos e preferências individuais, as emoções e sentimentos, o manter e justificar as suas opiniões, a confiança

em experimentar atividades novas, em propor ideias e em falar em grande grupo; a nível da *independência e autonomia*, procuramos promover um maior conhecimento acerca das materiais, do espaço e das rotinas permitindo que fizessem escolhas, tomassem decisões e assumissem responsabilidades perante elas; na *consciência de si como aprendente* levamos as crianças a expressar as suas opiniões, preferências e apreciações críticas, a manifestar curiosidade pelo mundo que a rodeia, a colaborar em atividades de pequeno e grande grupo partilhando depois o que descobriu, a seguir indicações e a concretizar, com correção, o movimento de pinça; e, na *convivência democrática e cidadania* procuramos que demonstrassem comportamentos de apoio e entreajuda, que fossem capazes de esperar pela sua vez e, sempre que necessário tomar decisões de grupo, efetuassem votações.

De igual forma, na *Área das Expressões, Domínio da Educação Física*, potenciou-se o gosto pelas atividades motoras, a cooperação e o trabalho de equipa em situações de jogo, a aceitação e o cumprimento de regras, bem como, de resultados (ganhar/perder), a aquisição e aperfeiçoamento de habilidades motoras (lançar, receber, saltar, correr, trepar, rastejar, equilibrar, subir, descer, etc.) e o relaxamento.

No *Domínio da Educação Artística*, Subdomínio das Artes Visuais, foi possível explorar e utilizar modalidades diversificadas de expressão visual (pintura, desenho, colagens, modelagem, etc.) introduzindo vários elementos visuais (cores, formas, texturas) e diferentes materiais (lápis de cor, tintas, esponjas, matérias moldáveis, material reciclado, etc.). No Subdomínio do Jogo Dramático/Teatro levamos o grupo a envolver-se em situações de jogo simbólico e jogo dramático (caracterizar papéis, desenrolar de ações, efetuar interações verbais e não verbais) e a recriar e inventar histórias escolhendo os espaços, personagens e ações. No Subdomínio da Dança conseguimos trabalhar movimentos locomotores e não locomotores básicos de forma coordenada e pequenas sequências de movimento dançado.

No *Domínio da Linguagem Oral e Abordagem à Escrita* foram abordados conteúdos como a comunicação oral, a consciência linguística, a identificação e convenções da escrita e o prazer e motivação para ler e escrever. A nível da comunicação oral, potenciou-se a capacidade de ouvir/responder adequadamente, de cantar reproduzindo corretamente as

letras das canções, de relatar acontecimentos, contar e recontar histórias, apresentar ideias, fazer pedidos, etc., usando sempre a linguagem oral em contexto. Na consciência linguística, pretendemos que identificassem o número de sílabas de uma palavra e as suas sílabas iniciais. Na identificação e convenções da escrita levamos o grupo a contactar com o código escrito, a identificar as letras mais significativas para cada um (do seu nome, nome de parentes e amigos próximos) e a tentar reproduzi-las sempre que mostravam motivação para tal. A nível do prazer e motivação para ler e escrever, potenciámos diversos momentos de leitura de histórias, rimas e poemas e, fomos incentivando a leitura e a escrita mesmo que de modo não convencional.

No *Domínio da Matemática* foram abordados conteúdos como: números e operações, organização e tratamento de dados, geometria e interesse e curiosidade pela matemática. Nos números e operações procuramos que utilizassem o nome dos números e os seus numerais para representar quantidades, que identificassem, numa contagem, que a quantidade total corresponde ao último termo referido, que utilizassem termos como “mais do que” e “menos do que”, e que compreendessem que a adição implica o combinar de dois grupos de objetos e a subtração o retirar de uma dada quantidade de objetos. Na organização e tratamento de dados focamo-nos no contacto com tabelas de dupla entrada, na organização de informação recolhida recorrendo a tabelas ou pictogramas simples (por exemplo no registo das faltas mensais do grupo) e na sua posterior interpretação. A nível da geometria, procuramos abranger o reconhecimento e identificação das formas geométricas. Por último, e promovendo o interesse e curiosidade pela matemática, fomos apresentando semanalmente problemas de processo motivadores e significativos (próximos das crianças) que implicassem o pensamento e o raciocínio para encontrar estratégias próprias de resolução.

Por fim, na *Área do Conhecimento do Mundo*, foi possível abordar conteúdos que aprofundassem os conhecimentos relativos à natureza (caráter físico) e à sociedade (caráter social). Assim sendo, fomos desenvolvendo tarefas de modo a que o grupo fosse demonstrando curiosidade e interesse por tudo o que os rodeia e, fosse encontrando, explicações provisórias para as questões que iam surgindo. A nível do conhecimento social procuramos, essencialmente, que utilizassem com correção termos como dia, noite,

manhã, tarde, semana e mês, nas suas narrativas e diálogos. A nível do conhecimento do mundo físico e natural, abordamos conteúdos como: os fenómenos atmosféricos (chuva, vento, nuvens, trovoadas e neve), a distinção e reconhecimento de frutas e legumes, os sismos (por que acontecem? O que acontece à Terra? O que devemos fazer?), as cores primárias/ secundárias e as misturas de cores, os órgãos dos sentidos e as suas funções, as características da água pura, as misturas com água e a separação de soluções (líquido + sólido) e os estados físicos da água.

Posto isto, é apenas de ressaltar que os conteúdos foram sendo desenvolvidos de forma sistemática e, sempre que possível, em articulação com os conteúdos regidos nas semanas anteriores. Os assuntos a tratar tinham sempre por base o interesse e as necessidades das crianças nesse determinado momento. Desta maneira criou-se uma linha condutora com significado, visando a aquisição de conhecimentos pelo grupo, no seu todo, e por cada criança, em individual.

Projeto de Empreendedorismo.

Aceitámos o desafio lançado na Unidade Curricular de Seminário de Integração Curricular (SIC) de desenvolvermos com o grupo do contexto de PES (1.º semestre) um projeto de empreendedorismo, integrado no projeto institucional *Empreendedorismo para crianças dos 3 aos 12 anos*. Assim, e para tal, utilizamos como linha orientadora o manual *“Educação Empreendedora: caminhos para a concretização de sonhos”* (Fonseca, Barbosa, Gonçalves, Barbosa, Peixoto & Trábulo, 2015).

Segundo Lina Fonseca, Coordenadora do projeto na Escola Superior de Educação – Instituto Politécnico de Viana do Castelo (ESE-IPVC), estes projetos têm como objetivo primordial

fomentar a apropriação social do espírito crítico e cultura empreendedora pelas crianças, logo desde o início da escolaridade. Através da criação de ambientes de aprendizagem desafiadores e de envolvimento intelectual, promovem-se, entre outros aspetos, o espírito de iniciativa, a capacidade de gerar e aplicar ideias, a criatividade, a autoconfiança, o espírito crítico e a persistência, e concretizam-se os sonhos e cada uma e de todas as crianças. (Fonseca, et al., 2015)

Assim, de modo a conseguirmos desenvolver um projeto forte, consistente e com significado para as crianças, decidimos seguir e aplicar as doze fases inerentes ao mesmo e

enunciadas pelo manual, mesmo que não de forma linear (respeitando a ordem exata pela qual vão surgindo no manual).

Na implementação da *Fase 1- Estímulo das Ideias*, utilizamos a leitura de um capítulo do livro “Um botão invisível” (Mundos de vida, 2017)¹, inserido na missão do Dia do Pijama, para apresentarmos às crianças a árvore dos sonhos, árvore esta, que realizava todos os sonhos que lá fossem colocados. De seguida, desafiamos o grupo a desenhar o sonho que queria ver concretizado na sua escola.

Num posterior momento de partilha, *Fase 2- Partilha de Ideias*, cada criança falou acerca do seu sonho, sendo que, foi quase que automático o processo de ligação e associação dos mais variados sonhos em sonhos comuns: construir um baloiço em forma de nuvem, fazer desenhos e histórias, dormir na escola, brincar numa piscina de bolas, comer com os amigos e ser felizes.

A partir da análise do agrupamento destes sonhos e, de forma intuitiva, as crianças perceberam que era possível juntar todos num só sonho – *Fase 3- O que é que eu quero fazer?* –, nascendo assim, o projeto “Vem Brincar Comigo à Noite na Escola”. É de salientar que, a escolha do nome foi realizada através de votação onde todas as crianças puderam dar o seu contributo. De seguida, começamos a construir a narrativa do nosso projeto, deixando bem claro o que queríamos fazer, como queríamos fazer, o que precisávamos e, ainda, numa fase inicial quem nos poderia ajudar. Demos também, quase que em simultâneo, início à construção do nosso protótipo – *Fase 9- Protótipos para partilhar o nosso projeto* e, à apresentação e preenchimento da Ferramenta de Planeamento e Avaliação que nos foi acompanhando ao longo de todo o projeto.

Desde logo a M. (6 anos) se assumiu como líder do projeto, uma vez que este sonho partiu, em grande parte, da sua imaginação. Contudo, e apesar da vontade que tinha para assumir esta função, foi necessário nomear uma outra criança, o F. (5 anos), para a ajudar no cumprimento das suas funções pois, por timidez, nem sempre era capaz de se expressar/ agir perante terceiros. Esta nomeação ocorreu após uma discussão com o grupo relativamente ao que pensavam ser um líder e quais as características que lhe eram inerentes – *Fase 12- Sem liderança não há projeto*.

¹ Mundos de Vida (2017). *Um botão invisível*. Mundos de Vida.

Para clarear as ideias e, como forma de auxiliar a explicação do projeto junto dos colaboradores – Fase 6- Aprender a transmitir o nosso projeto –, foi gravado com as crianças um pequeno vídeo revelador da vontade e do envolvimento de todos neste projeto.

Com o vídeo e o protótipo prontos, o grupo marcou presença na reunião trimestral de pais para apresentar o seu projeto e, após ouvirem um “sim” consistente de todos os pais, e um “é possível de concretizar, contudo não ficando até tão tarde na escola” da coordenadora, partiram para a preparação do dia e de tudo o que isso envolveria: construção de um baloiço, criação e ilustração de uma história, decisão sobre quais os ingredientes a utilizar na pizza e, como arranjar as bolas para a piscina de bolas.

Como tudo isto envolveria custos, surgiu a necessidade de angariar fundos. Como? As crianças facilmente apresentaram a ideia de organizar uma lojinha com produtos feitos inteiramente por si de modo a responder a essa necessidade: *bolas antisstress, bolos, bolachas, postais, quadros, calendários, fotografias artísticas*, etc.. Ainda nesta fase, surgiu como colaboradora da lojinha, uma das três fundadoras do Museu da Fábrica do Chocolate, a mãe da L., que rapidamente se prontificou a fornecer-nos chocolates para colocarmos à venda. Deslocámo-nos ao museu para uma breve visita e, também, para os trazermos. Aproveitamos o momento para falarmos com o grupo acerca da necessidade de termos colaboradores, quais seriam efetivamente e, de que forma lhes poderíamos agradecer e ser também úteis (*Fase 7- Aprender a trabalhar com os colaboradores, Fase 10- Redes de Colaboradores e Fase 8- Descubro as necessidades para fazer ofertas*, respetivamente).

Tal como a mãe da L., muitos outros foram os colaboradores que se foram juntando a nós – o pai do F. que nos disponibilizou as bolas para a piscina; a mãe da B. que preparou o molho para a base da pizza; e toda a comunidade escolar que foi vendo a publicidade colocada pelo recinto escolar e se envolveu ativamente na lojinha. Ainda como um último colaborador, tivemos a ajuda da carpintaria Vital que, atenciosamente, nos forneceu a tábua para o nosso baloiço. Aproveitámos, o ir buscar a tábua, para ficarmos também a conhecer um pouco mais sobre tal profissão.

Aquando da preparação do grande dia, as crianças tiveram ainda a oportunidade de conhecer uma drogaria ao irem comprar as cordas para o baloiço e uma mercearia ao irem comprar os ingredientes, previamente escolhidos por si em grande roda, para a pizza.

Ao longo do desenvolvimento deste projeto foram também trabalhados com as crianças, sempre que considerámos pertinente, aspetos como: os diferentes estados de espírito (*Fase 4- Os nossos estados de espírito*) para que compreendessem, de forma clara, que vários são os sentimentos/emoções que nos podem invadir durante a construção de um projeto desta envergadura; e a importância de saberem ouvir o outro – *Fase 5- Aprender a escutar as pessoas* – para poderem cooperar e trabalhar em equipa na concretização de um bem maior.

Após muito trabalho, esforço e dedicação, com tudo preparado para o grande dia - 26 de janeiro – o entusiasmo e o brilho nos olhos das nossas crianças foram constantes até ao final da noite. O sonho estava concretizado!

Num momento final e de reflexão, foram revistos, ponto por ponto, os ciclos de trabalho (*Fase 11- Ciclos de Trabalho*) com o auxílio da Ferramenta de Planeamento e Avaliação, evidenciando assim, junto das crianças, tudo o que efetivamente foi cumprido ou não do plano inicial.

É apenas de salientar que todo este percurso procurou ir ao encontro das preferências e necessidades das crianças. Houve necessidade de utilizar estratégias de negociação e de compromisso para que conseguissem, mais facilmente e de forma autónoma, ir avançando no projeto.

Para além disso, um trabalho desta envergadura, permitiu ao grupo diversas oportunidades de trabalho colaborativo, resolução de problemas e adoção de diferentes estratégias e, ainda, o contacto direto com vários colaboradores.

Em suma, a concretização deste projeto teve um grande impacto sobre todo o grupo. Traduziu-se num envolvimento impressionante de todas as crianças, que foram, de forma muito natural, desenvolvendo competências empreendedoras e criativas. Este, revelou-se ainda, um projeto riquíssimo, na medida em que nos permitiu trabalhar várias temáticas, nomeadamente, a literacia financeira, as questões da física envolvendo o baloiço, as diferentes misturas associadas às receitas, o desenvolvimento e expansão de

capacidades plásticas e o desenvolvimento pessoal e interpessoal de todo o grupo, deixando ressaltar valores como a cooperação e a entreaajuda.

Termino com a célebre expressão de Friedrich Nietzsche que penso ilustrar na perfeição a alma de todos os projetos assim: “Nada é tão nosso quanto os nossos sonhos.”

Caracterização do Contexto Educativo do 1.º Ciclo do Ensino Básico

Caracterização do meio local.

Analogamente ao contexto do Pré-Escolar, o contexto educativo onde se realizou a Prática de Ensino Supervisionada, relativa ao 2.º semestre, inseria-se numa das freguesias do concelho de Viana do Castelo.

Caracterização do agrupamento/ escola.

O centro educativo no qual decorreu a PES integrava um agrupamento constituído em 1999. Sendo este, desde 2014, composto por um jardim de infância, três escolas básicas do 1.º ciclo e uma escola básica do 2.º e 3.º ciclos, sendo esta última, também, sede do agrupamento.

Diversos serviços apoiavam diretamente todo o agrupamento, entre eles, gabinete de psicologia e orientação vocacional, biblioteca escolar/centro de recursos, associação de pais, centro de recursos TIC, gabinete de apoio aos alunos cegos ou com baixa visão, e ainda, gabinete de apoio aos alunos com Necessidades Educativas Especiais (NEE).

Centrando-nos especificamente no contexto da PES, este contava com doze professores, dos quais, oito titulares de turma, uma professora com funções de coordenação, uma professora bibliotecária e duas professoras de apoio. Uma vez por semana, recebia ainda uma professora de Inglês, um professor de Expressões Artísticas e Físico Motoras - Música, um professor de apoio às NEE e os professores das Atividades de Enriquecimento Curricular (AEC). Relativamente, ao pessoal não docente, constavam apenas cinco funcionárias, uma das quais de baixa.

Da escola faziam parte 187 alunos, distribuídos por oito turmas, sendo duas de cada ano de escolaridade.

Fisicamente, no que concerne à estrutura exterior da escola, o recreio, apresentava uma dimensão significativa, estando dividido em diferentes zonas destinadas ao lazer dos alunos. Era constituído por um parque de baloiços, um campo de futebol/basquetebol, uma horta de cultivo e uma zona de sombra com mesas.

Relativamente ao interior, a escola era composta por um único edifício, devidamente organizado, com 10 salas de aula, uma sala polivalente, uma sala para os professores, um refeitório, 10 sanitários, uma arrecadação de material de desporto, uma cozinha e uma biblioteca. Tinha à disposição vários recursos materiais como um ecrã (tela de projeção), uma máquina fotográfica, duas televisões, um computador por sala, dez computadores integrados na biblioteca, um projetor, três leitores de DVD, duas impressoras/fotocopiadoras, cinco quadros interativos, entre outros.

Caracterização da sala de aula e horário de trabalho.

No primeiro piso do contexto, encontrava-se a sala onde decorreu a PES. Tratava-se de uma sala bem iluminada e arejada, com janelas de boas dimensões que contribuíam, eficazmente, para a boa circulação do ar e entrada de luz natural. A sala estava equipada com sistema de aquecimento, bastante material didático, um projetor, três quadros (um de ardósia, um magnético e um interativo) e, ainda vários placares de cortiça, onde eram, geralmente, afixados cartazes sobre as várias temáticas abordadas e trabalhos dos alunos.

Em relação à organização do espaço, a sala encontrava-se organizada em três filas de mesas duplas. Sendo que, as crianças estavam sentadas a pares nas mesas, com a exceção de um dos alunos que se encontrava um pouco mais afastado dos restantes por questões de comportamento e distração. Cada criança tinha uma caixa, na qual arrumava os seus livros e materiais, deixando-os sempre em cima da sua mesa. Existiam também, três armários de apoio e arrumação, onde eram guardadas as capas dos alunos, os seus processos e alguns dos materiais escolares e didáticos.

No que concerne ao horário da turma, representado no Quadro 2, é de referir que entravam todos os dias às 9:15 e saíam às 15:45, excetuando a segunda-feira que saíam às 17:30. Diariamente, tinham um intervalo da parte da manhã das 10:45 às 11:15 e, um

outro, na parte da tarde, das 15:45 às 16:15. A hora de almoço decorria entre o 12:15 e as 13:45.

	segunda-feira	terça-feira	quarta-feira	quinta-feira	sexta-feira	
9:15 – 9:45	Matemática	Português	Matemática	Estudo do Meio	Português	
9:45 – 10:15			EAFM – Educação Físico-Motora			
10:15 – 10:45						
10:45 – 11:15	Intervalo					
11:15 – 11:45	Matemática	Estudo do Meio	EAFM – Educação Físico-Motora	Estudo do Meio	Apoio ao Estudo	
11:45 – 12:15	Português			Matemática		
12:15 – 13:45	Almoço					
13:45 – 14:15	Português	Matemática	Oferta Complementar	Matemática	EAFM – Música	
14:15 – 14:45			Português	Português	Português	
14:45 – 15:15	Inglês					Matemática
15:15 – 15:45						
15:45 – 16:30	Intervalo					
16:30 – 17:00	Apoio ao Estudo	AEC Futebol	Inglês	AEC Vôlei	AEC Artes	
17:00 – 17:30	EAFM – Artes					

Quadro 2 - Horário da turma.

Tal como o previsto na lei, as áreas curriculares de Português e Matemática tinham maior carga horária, relativamente ao Estudo do Meio e/ou às diferentes Expressões.

As aulas de Inglês eram lecionadas por uma professora da área, que se deslocava duas vezes por semana à sala para trabalhar com os alunos os conteúdos da disciplina. O mesmo se sucedia com a disciplina de EAFM – Música.

Na hora destinada à Oferta Complementar eram trabalhadas as obras estipuladas pelo Plano Nacional de Leitura (PNL) para o 4.º ano de escolaridade e, nas horas de Apoio ao Estudo eram consolidados os conteúdos em que os alunos apresentassem mais dificuldades no momento.

A partir do segundo período a hora de EAFM – Educação Físico-Motora foi substituída pela participação em aulas de natação na Piscina Municipal do Atlântico, abrangendo os conteúdos do programa da disciplina relativos ao Bloco 8: Natação.

Relativamente às AEC disponíveis no estabelecimento, é de salientar que, excetuando quatro crianças, todas participavam em pelo menos uma das áreas oferecidas (futebol, basquetebol, plástica, etc.).

Caracterização da turma.

O grupo com o qual foi realizada a PES era constituído por 21 alunos, nove raparigas e doze rapazes. Todos na faixa etária correspondente ao ano de escolaridade em questão, compreendida entre os nove e os dez anos de idade.

Tratava-se de um grupo heterogéneo, não pela diferença etária, mas, principalmente, pela existência de casos de aproveitamento escolar um pouco distintos. Grande parte dos alunos da turma estava totalmente preparada para trabalhar os conteúdos correspondentes a este nível de ensino. No entanto, duas alunas encontravam-se a trabalhar paralelamente ao restante grupo, desenvolvendo um percurso ao nível do 3.º ano de escolaridade. Para além destas, uma outra aluna, com Necessidades Educativas Especiais não referenciada, ia acompanhando os conteúdos do 4.º ano, precisando, contudo, de um acompanhamento mais individualizado, sendo que, em momentos de avaliação, a aluna beneficiava de algumas Adequações Curriculares Individuais.

Na turma havia ainda um aluno com problemas de lateralidade cruzada, condição promotora de alguns erros ortográficos a nível do Português. E, um outro aluno, transferido de uma escola do concelho, integrado na turma apenas desde o início do segundo período (janeiro). Este último, necessitava de uma atenção redobrada, uma vez que demonstrava algumas dificuldades, principalmente a nível do Português e da Matemática, e não apresentava grandes métodos e autonomia de trabalho.

Os alunos eram bastante assíduos e pontuais. De forma geral, demonstravam gostar de escola e revelavam entusiasmo, curiosidade e empenho na realização das tarefas. Alguns alunos revelavam a preferência pela área da Matemática, notando-se neste facto a influência da atitude positiva, característica da professora, face a esta área. No entanto, a maioria dos alunos preferia o Estudo do Meio, sendo esta preferência seguida da Educação e Expressão Plástica.

Tratava-se de um grupo ativo, unido e bastante cúmplice, devendo-se tais características, ao facto de, na sua grande maioria, já estarem juntos desde o 1.º ano. A nível comportamental não existiam grandes problemas, eram alunos que conheciam e cumpriam as regras de sala de aula.

A relação com as famílias era, igualmente, fácil e funcional, sendo a caderneta do aluno o meio mais expedito para a troca de informações entre as famílias e a professora/escola.

Perante esta caracterização geral, pode afirmar-se que, na sua maioria, o grupo apresentava uma relação próxima com a escola e com as diversas aprendizagens/áreas do saber.

Percurso da Intervenção Educativa no 1.º CEB

A caracterização exposta até então é fruto das três primeiras semanas de contacto com a turma. Semanas estas, destinadas à observação quer da dinâmica de trabalho levada a cabo pela professora cooperante, quer dos comportamentos e níveis de aprendizagem dos alunos nas diferentes áreas de trabalho.

Após o período de observação, as duas professoras estagiárias (PE) alternaram as regências durante dez semanas. Estas intervenções tinham lugar de segunda a quarta-feira, sendo os restantes dias da responsabilidade da professora cooperante. Apenas na 5ª e 8ª semanas deste período, as PE tiveram a oportunidade de intervir durante uma semana completa.

O planeamento de todas as sessões foi concretizado através de um trabalho colaborativo entre as PE, a professora cooperante e os professores orientadores das diferentes áreas científicas. E os conteúdos a trabalhar foram sendo apresentados pela cooperante, quase que de forma quinzenal.

Áreas de Intervenção.

Ao longo deste percurso foram trabalhadas todas as áreas curriculares, tentando respeitar-se, sempre que possível, os tempos destinados pelas orientações do Ministério da Educação. Sendo que se conseguiu até, em algumas situações, alargar o trabalho de áreas menos privilegiadas, como é o caso do Estudo do Meio e das diferentes expressões, propondo, de forma pensada e cuidada, um trabalho articulado entre as diferentes áreas.

Salienta-se ainda, que os conteúdos programáticos, propostos à partida pela cooperante, foram todos trabalhados e, para além destes, foram ainda introduzidos

aspectos de relevo e em falta para o grupo, essencialmente, a nível dos valores morais e da noção de diferentes realidades coexistentes no mundo atual. Como é exemplo a planificação em anexo 2 referente ao dia 23 de abril.

Focando cada uma das áreas disciplinares em concreto:

Relativamente à Matemática, foram abordados diversos conteúdos, sendo que se procurou, maioritariamente, trabalhar no sentido de promover a Comunicação Matemática, convidando os alunos, sempre que possível, a explicitar os seus raciocínios. Foram, essencialmente, abordados conteúdos do domínio da Geometria e Medida, nomeadamente: as medidas de área; as medidas agrárias; o volume e as medidas de volume; as medidas de capacidade; a capacidade e relação com o volume; e as medidas de massa. A última quinzena ficou marcada pela realização de revisões de conteúdos do 3.º ano de escolaridade, tais como: as medidas de tempo; o dinheiro; e os ângulos internos de um triângulo.

Na área do Português, exploraram-se todos os domínios esperados no programa da disciplina, nomeadamente: a Oralidade; a Leitura e Escrita; a Educação Literária; e a Gramática. Foram vários os conteúdos lecionados dentro destes domínios, destacando-se os tipos de textos (narrativo, informativo, poema e banda desenhada); a planificação, textualização e revisão de textos escritos; os determinantes e pronomes demonstrativos e possessivos; os advérbios e preposições; o sujeito e predicado; as palavras homógrafas, homófonas e homónimas.

Na área do Estudo do Meio, relativamente ao *Bloco 3 – À Descoberta do ambiente natural* abordou-se a temática dos principais rios e elevações de Portugal. No *Bloco 4 – À Descoberta das inter-relações entre espaços* foram trabalhados os aspetos da costa portuguesa. No *Bloco 5 – À Descoberta dos materiais e objetos* foram abordadas questões relacionadas com a utilização e conservação dos objetos. Relativamente ao *Bloco 6 – À Descoberta das inter-relações entre a natureza e a sociedade* focaram-se os principais sectores e atividades económicas do país (agricultura, pecuária, silvicultura, pesca, indústria, comércio, serviços e turismo). E, ainda, foram abordadas questões acerca da poluição.

A nível da área da Expressão Físico-Motora, a turma disponham, semanalmente, de cerca de 1 hora e 30 minutos, tempo este, coincidente com o horário da Natação nas piscinas municipais de Viana do Castelo. Assim sendo, apenas nos foi possível realizar atividades de Expressão Físico-Motora três vezes, aquando da observação do professor orientador desta área, com a duração de cerca de 1 hora cada. Nestas sessões, foram trabalhados o *Bloco 3 – Ginástica* e o *Bloco 4 – Jogos*.

Na área da Expressão Plástica, com a duração de cerca de 30 minutos semanais para lecionamento, foram realizadas uma série de atividades envolvendo o recorte, as dobragens, o desenho, algumas técnicas de pintura como a do pingado e do sopro, a elaboração de flores de papel, entre outras.

Na área da Expressão Dramática, as atividades surgiram de forma interligada com as outras áreas, sentindo-se, de alguma forma, uma maior incidência com o Português.

Relativamente à área de Expressão Musical, era-lhe destinada cerca de 1 hora semanal lecionada por um professor da área. Sendo que, por esta razão, não fizemos qualquer intervenção envolvendo esta área.

Apesar da existência de um horário próprio, a gestão do mesmo em contexto prático revelava-se flexível em prol do melhor para a aprendizagem dos alunos. Na mesma linha de pensamento, a articulação entre as diferentes áreas curriculares foi sendo feita de forma transversal e integradora.

A avaliação dos alunos realizava-se constantemente, através de diversos modos, nomeadamente, da observação direta, do questionamento e da análise das fichas de trabalho realizadas pelos alunos. Durante estes momentos de avaliação, foi sendo dado o devido *feedback*, quer individual, quer coletivo, de modo a melhorar as aprendizagens do grupo.

Ao longo desde percurso, houve um grande envolvimento nosso na comunidade educativa. Visível através da participação em projetos, saídas, festas e atividades realizadas pela Instituição, como por exemplo, a ida ao teatro Sá de Miranda para assistir à peça “Antes de começar” de Almada Negreiros; a comemoração do Dia da Mulher; a visita de estudo ao Jardim Zoológico; a festa de final de ano; a festa dos finalistas, entre outros.

Em suma, o balanço deste percurso é bastante positivo, um tanto trabalhoso e de muita aprendizagem, quer a nível académico, quer pessoal. O objetivo foi, desde sempre, dar continuidade ao trabalho da professora cooperante, mas também, de alguma forma, fazer a diferença e colocarmos o nosso cunho pessoal no percurso de aprendizagem destes alunos, marcando-os e fornecendo-lhes experiências significativas que façam deles melhores alunos e, principalmente, melhores pessoas.

CAPÍTULO II – TRABALHO DE INVESTIGAÇÃO

TRABALHO DE INVESTIGAÇÃO

Neste capítulo apresenta-se o estudo desenvolvido, a sua pertinência e o problema de investigação. Segue-se uma breve viagem pela Revisão de Literatura, Metodologia adotada, Apresentação e Análise de Resultados, bem como pelas suas Conclusões.

Pertinência do Estudo

A priorização das capacidades que permitem lidar com novas situações e o desenvolvimento do raciocínio e comunicação têm vindo a substituir a importância dada, até então, à memorização e à imposição de exercícios em massa. Já muitos professores se encontram sensibilizados para este facto. Contudo, os resultados dos alunos, na área da Matemática, continuam a não corresponder ao esperado. Torna-se necessário, e até mesmo urgente, colmatar estas falhas, criando oportunidades de aprendizagem que impliquem a realização de tarefas de resolução de problemas, desenvolvimento do raciocínio e da comunicação matemática.

Na verdade, chegam a ser muitas vezes negligenciadas, nestes primeiros anos de ensino, determinadas competências que poderão vir a fazer toda a diferença aquando da adaptação dos alunos às contínuas mudanças sociais decorrentes de um mundo em constante alteração. Competências estas, designadas hoje em dia por *soft skills*². Mas então e nós, enquanto educadores e professores, que medidas de promoção adotamos para o desenvolvimento de competências desta natureza, durante o período de tempo em que as crianças nos são confiadas? Que responsabilidade é a nossa na aquisição, ou falta dela, de competências como estas?

A extensão e a intensidade do currículo formal são apontadas por muitos, como os principais impedimentos para o investimento de um maior tempo escolar de qualidade no

² Atitudes e comportamentos de cariz pessoal e cognitivo que facilitam a adaptação social e consequentemente o desempenho profissional, aumentando as perspetivas de sucesso. São exemplos destas: atitude positiva, resiliência, resolução de problemas, gestão do tempo, capacidade de comunicação, pensamento criativo, trabalho em equipa e potencial de aprendizagem. (Bamber, 2012)

desenvolvimento destas competências, baseando-se, praticamente, todo o ensino em aprendizagens formais dos conteúdos curriculares, certificadas quantitativamente.

Esta turma de 4.º ano, tal como certamente muitas outras em Portugal, é exemplo desta mesma exploração redutora da Matemática, suportada de forma exaustiva pelo manual escolar, onde os alunos que obtêm notas mais elevadas apenas replicam as estratégias exemplificativas apresentadas pelo manual adotado, demonstrando uma certa resistência e dificuldade em envolver-se na construção do seu próprio conhecimento quando são convidados para tal; e, por sua vez, os alunos que não conseguem alcançar essas notas, acabam por tentar reproduzir as realizações dos colegas, mostrando grande ansiedade face às questões que envolvem uma justificação *à posteriori*.

Assim, a opção por este tema assenta, antes de mais, na sua pertinência e urgência contextual e, claramente também, em motivações pessoais ligadas ao foco da profissão. Simultaneamente, decorre da relevância curricular e teórica do tema. Desenvolver o raciocínio matemático dos alunos implica que se conheçam e compreendam os aspetos a ele associados. Na verdade, “a essência dos processos de raciocínio na abordagem e resolução de problemas matemáticos desafiantes não está ainda profundamente desenvolvida e é desconhecida da maioria dos professores” (Henriques, 2012, p. 139).

Assim, e sendo o raciocínio matemático

uma capacidade a desenvolver nos alunos de forma transversal a todos os temas matemáticos e a todos os níveis educativos, é de crucial importância a investigação nesta área que permita compreender melhor como se processa o desenvolvimento do raciocínio dos alunos, e que tarefas e ações do professor poderão potenciar esse mesmo desenvolvimento. (Domingos & Rodrigues, 2013, pp. 381-382)

Problema de investigação

Esta investigação teve como propósito compreender o tipo de raciocínio que os alunos desenvolvem perante uma determinada tarefa e como o fundamentam, ao longo da realização de uma determinada sequência de tarefas. Com esta experiência pretendeu-se, não só, criar condições para que os alunos desenvolvessem e aperfeiçoassem o seu raciocínio através da justificação, como também, na resolução de cada tarefa, promover

momentos reflexivos nos quais se procurou, através da partilha, a disponibilização e adequação de técnicas de auxílio de organização do seu próprio pensamento.

Neste sentido, durante a investigação realizada estiveram presente as seguintes questões de investigação:

1. Como se caracteriza o raciocínio matemático de alunos do 4.º ano de escolaridade?
2. Como é que os alunos procuram justificar as suas resoluções?
3. Que estratégias de resolução de problemas utilizam?

REVISÃO DE LITERATURA

Nesta secção apresenta-se toda a recolha bibliográfica que suporta a investigação em causa.

Esta encontra-se organizada de acordo com as problemáticas em estudo, centralizando-se em três grandes focos: Raciocínio Matemático, Esquemas de Justificação e Tarefas Matemáticas. No primeiro, clarifica-se o conceito de raciocínio e são apresentados os tipos de raciocínio com interesse para o estudo. No segundo, esclarece-se o conceito de Esquemas de Justificação, a sua importância e diferentes categorias gerais de Esquemas de Justificação defendidas por diversos autores. No terceiro, dão-se a conhecer diversos tipos de tarefas, bem como, as suas relações em termos de grau de desafio e abertura e algumas estratégias de resolução.

A secção termina com a apresentação de estudos empíricos, orientados pelos mesmos propósitos que a presente investigação.

Raciocínio Matemático

Os documentos curriculares portugueses (MEC, 2013) enunciam uma necessidade urgente de potenciar e aprofundar a compreensão e a capacidade de raciocínio dos alunos. Efetivamente, o desenvolvimento desta capacidade, resultante da ampliação contínua e gradual de regras, procedimentos, factos, conceitos e relações, devem ser o foco da atenção das escolas e dos professores, com vista à melhoria da qualidade da aprendizagem da Matemática e da clarificação da forma como esta área é, ainda hoje em dia, tida em conta socialmente.

Uma das três grandes finalidades para o Ensino da Matemática, assenta, segundo o Programa Curricular em vigor (MEC, 2013), na Estruturação do Pensamento. Neste ponto a “apreensão e hierarquização de conceitos matemáticos, o estudo sistemático das suas propriedades e a argumentação clara e precisa” (MEC, 2013, p.2), tão própria desta disciplina, possuem um papel fulcral na organização do pensamento,

constituindo-se como uma gramática basilar do raciocínio hipotético-dedutivo. O trabalho desta gramática contribui para alicerçar a capacidade de elaborar análises objetivas,

coerentes e comunicáveis. Contribui ainda para melhorar a capacidade de argumentar, de justificar adequadamente uma dada posição e de detetar falácias e raciocínios falsos em geral. (MEC, 2013, p.2)

Sendo um dos objetivos centrais do programa, desenvolver nos alunos a capacidade de raciocínio, aliada à resolução de problemas e à comunicação matemática, esta deve ser trabalhada com os alunos desde os níveis mais elementares de escolaridade. Promovendo, precocemente, “a explicação de ideias e processos, a justificação de resultados e a formulação e teste de conjecturas simples por parte dos alunos.” (ME, 2007, p.29)³. Também o *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória* (Martins, Gomes, Brocardo, Pedroso, Carrilo, Silva, Encarnação, Horta, Calçada, Nery & Rodrigues, 2017) distingue como competências-chave determinantes para uma construção de conhecimento coletiva, que permita aos alunos “apropriarem-se da vida, nas dimensões do belo, da verdade, do bem, do justo e do sustentável” (Martins, et al., 2017, p.12), o *Raciocínio e resolução de problemas* e o *Pensamento crítico e criativo*. As competências associadas ao *raciocínio* referem-se, aqui, ao “processo lógico que permite aceder à informação, interpretar experiências e produzir conhecimento” (Martins, et al., 2017, p.14), conduzindo ao encontro de respostas, à tomada de decisões e, eventualmente, à formulação de novas questões. Por sua vez, as competências associadas ao *pensamento crítico e criativo* implicam a observação, identificação, análise e atribuição de sentido às informações, experiências, ideias e argumentos a partir de diferentes premissas e variáveis, ou seja, requerem “o estabelecimento de critérios de análise para tirar conclusões fundamentadas e proceder à avaliação de resultados” (Martins, et al., 2017, p.14).

A capacidade de raciocinar é distinguida pelo *National Council of Teachers of Mathematics* - NCTM (2007) como uma habilidade fundamental para a compreensão da Matemática, dada a envolvimento desta com processos como a explicação e justificação de ideias. Acrescendo a ênfase de que os alunos têm de ser orientados no sentido de perceberem e acreditarem que a “matemática faz sentido, através do desenvolvimento de ideias, da exploração de fenómenos, da justificação de resultados” (NCTM, 2007, p.61),

³ Este documento foi substituído pelo Programa de Matemática (MEC, 2013), atualmente em vigor.

inicialmente direcionados para situações significativas no concreto e, posteriormente, estendendo-se até ao abstrato.

O Raciocínio Matemático é considerado por Fonseca (2018) como um hábito mental que, como tal, necessita de ser desenvolvido de forma consistente nos mais variados contextos. É, inteiramente, da responsabilidade do professor a organização de aulas que potenciem o discurso e as interações entre os alunos, levando-os a utilizar a comunicação matemática de forma natural, evocando, sempre que necessário, conceitos e procedimentos, adaptando e ajustando o que sabem ao que não sabem, deduzindo e justificando as suas estratégias e discutindo em grande grupo, procurando confrontar ideias, argumentações mais fortes, compreensões mais aprofundadas ou até mesmo, novas.

Para autores como Russel (1999) e Oliveira (2008), citados por Esteves (2013), o raciocínio matemático é, respetivamente, uma ferramenta utilizada “para pensar sobre as propriedades de determinado objeto matemático e desenvolver generalizações que se apliquem a toda a classe de objetos. É a ferramenta para aceder à abstração.” (Esteves, 2013, p.22). E, “um conjunto de processos mentais complexos acerca dos quais se obtêm novas preposições (conhecimento novo) a partir de preposições conhecidas ou assumidas (conhecimento prévio).” (Esteves, 2013, p.22).

Para o NCTM (2007), citado em Fonseca e Esteves (2017), raciocinar é, à semelhança dos autores anteriores, “obter conclusões com base em evidências ou assunções prévias” (Fonseca & Esteves, 2017, p.536), ou seja, fazer uso do conhecimento adquirido para chegar a determinadas conclusões.

Nestas condições, a Matemática merece ser distinguida pelo seu valor enquanto processo, potenciando novos conhecimentos e mais estruturados, e não meramente, pelo seu valor enquanto produto, englobando conhecimentos gerados de forma quase que automática.

Raciocinar matematicamente vai muito mais além do que atingir um produto, envolve, de certa forma, compreender toda a natureza deste processo cognitivo. Processo este, que Esteves (2013) acredita encontrar-se enraizado em cinco aspetos essenciais: identificação da natureza do problema; formulação da estratégia de resolução;

representação mental dos dados; disponibilização de recursos; monitorização do trabalho desenvolvido e, conseqüente, avaliação da solução. A autora, refere ainda a importância de se darem a conhecer estes aspetos aos alunos e de os consciencializar aquando da sua utilização em sala de aula.

A importância da deliberação no processo de escolha dos problemas ou tarefas que o professor apresenta aos alunos foi já salientada por Polya (1973). Os problemas ou outras tarefas não devem ser demasiado difíceis, nem demasiado fáceis. Devem, na sua génese, procurar ser naturais, interessantes e, de alguma forma, significativas para os alunos.

O problema ou a tarefa apresentada aos alunos pode até ser modesta, mas se estes, a resolvem pelos seus próprios meios, irão, garantidamente, experimentar a tensão e o prazer do processo de descoberta, tal como defendido por Reis (2004). São este tipo de experiências, quando potenciadas nos níveis mais elementares de escolaridade, que promovem o gosto pelo trabalho mental e o marcam, de certa forma, na mente e no carácter dos alunos, para toda a vida.

Contudo, o carácter negativo que a sociedade continua a atribuir à Matemática, leva os alunos a olhá-la como algo extremamente complexo e, muitas vezes, descontextualizado da vida real, sem significado pessoal ou de utilidade. Esta realidade traduz-se nos alunos em sentimentos e atitudes de ansiedade e frustração para com a Matemática e, em casos mais preocupantes, numa plena aversão a esta área. Assim sendo, cabe à escola e a todos os seus intervenientes a promoção de ambientes de segurança, propícios a atitudes e valores positivos nos seus alunos, permitindo que, sempre que participarem em tarefas matemáticas, os alunos não aprendam apenas conteúdos matemáticos, mas recolham também, dados sobre a sua capacidade e vocação para a Matemática, ideia esta defendida por Cacaís (2017). Na mesma linha de pensamento, um estudo de Ralha (1992), vem mostrar que, falhar-se em Matemática ou não atingir o patamar positivo é, infelizmente, compreendido e aceite socialmente. A autora refere ainda “que a Matemática provoca reacções extremas de gostar ou detestar.” (Ralha, 1992, p.204) e, que por isso, é necessário existir um forte equilíbrio entre a “Matemática que se aprende e a Matemática que se precisa no dia-a-dia.” (Ralha, 1992, p.205).

Fonseca (2018) defende a urgência de se abandonar a ideia de que a formação dos nossos alunos deve manter-se regida por princípios como a memorização de factos, a utilização de fórmulas e procedimentos, a aquisição de conhecimentos através de repetições e, fundamentalmente, o facto de se deixar a resolução de problemas e o raciocínio matemático para os anos mais avançados de escolaridade. A autora acrescenta ainda que “estas crenças improdutivas são um obstáculo para os alunos, efetivamente, aprenderem matemática.” (Fonseca, 2018, p.35). Assim, depreende-se fazer parte do dever do professor, incentivar os alunos a resolver problemas matemáticos, discutir estratégias e resultados, partilhar raciocínios, compreender e aceitar outros raciocínios, explicar e justificar as suas opções mantendo e guiando-se pelo senso matemático. Numa expressão poderosa e sintetizadora, *doing mathematics* (NCTM, 2014, referido em Fonseca, 2018).

De forma a mantermos em voga o conceito *doing mathematics* o professor deve promover tarefas desafiadoras que encorajem níveis de pensamento e de raciocínio mais avançados, que permitam pontos de partida múltiplos e as mais variadas formas de representação e utilização de ferramentas e estratégias, tal como o referido por Fonseca (2018).

Tipos de Raciocínio Matemático.

O currículo nacional em vigor (MEC, 2013), considera como Raciocínio Matemático por excelência o

o raciocínio hipotético-dedutivo, embora o raciocínio indutivo desempenhe também um papel fundamental, uma vez que preside, em Matemática, à formulação de conjecturas. Os alunos devem ser capazes de estabelecer conjecturas, em alguns casos, após a análise de um conjunto de situações particulares. Deverão saber, no entanto, que o raciocínio indutivo não é apropriado para justificar propriedades, e, contrariamente ao raciocínio dedutivo, pode levar a conclusões erradas a partir de hipóteses verdadeiras, razão pela qual as conjecturas formuladas mas não demonstradas têm um interesse limitado, devendo os alunos ser alertados para este facto e incentivados a justificá-las a posteriori. Os desempenhos requeridos para o cumprimento dos descritores nos vários ciclos apontam para uma progressiva proficiência na utilização do raciocínio hipotético-dedutivo e da argumentação matemática. (MEC, 2013, p.4)

Importa assim, clarificar o conceito de raciocínio dedutivo e de raciocínio indutivo.

O primeiro, é para Baroody (1993), citado em Esteves (2013), um raciocínio do tipo “se... então...”, caracterizado pela evocação de conhecimento já existente de modo a atingir-se uma determinada conclusão. Trata-se de um raciocínio lógico, formal e diretamente relacionado com as demonstrações e a lógica, que se vai desenvolvendo, do geral para o particular. Neste tipo de raciocínio a conclusão tem um papel fundamental na validação do conhecimento (Oliveira, 2002, citado em Esteves, 2013).

O segundo, parte essencialmente de observações e é a partir destas que se vão construindo uma série de conjeturas que têm, forçosamente, de ser testadas. “Através deste tipo de raciocínio produzem-se conclusões gerais a partir da análise de alguns casos particulares” (Esteves, 2013, p.23), ou seja, trata-se de um raciocínio que se vai desenvolvendo do particular para o geral, daí não ser, como refere o programa curricular “apropriado para justificar propriedades” (MEC, 2013, p.4) pois, “contrariamente ao raciocínio dedutivo, pode levar a conclusões erradas a partir de hipóteses verdadeiras” (MEC, 2013, p.4). Neste tipo de raciocínio importa, primordialmente, a criação de conhecimento. Conhecimento este que é, segundo Esteves (2013), normalmente, produzido através de analogias, nas quais, a compreensão dos conceitos novos em causa se dá através da sua comparação com os conceitos já existentes.

Soutinho (2015) apresenta outros dois tipos de raciocínio, o raciocínio aditivo e o raciocínio multiplicativo. O raciocínio aditivo diz respeito ao raciocínio utilizado na resolução de problemas, onde a adição e subtração são as operações chave para chegar à solução. Na mesma lógica de pensamento, o raciocínio multiplicativo diz respeito aos casos onde a multiplicação e divisão nos permitem, igualmente, chegar à solução.

Importa clarificar que, apesar de existirem ligações óbvias entre a adição e a multiplicação e a subtração e a divisão, podendo multiplicar-se usando adições repetidas e, dividir-se, usando subtrações sucessivas, “estas duas formas de raciocínio são distintas o suficiente para serem considerados domínios conceptuais separados” (Soutinho, 2015, p.19). Pode afirmar-se assim que estes tipos de raciocínio - aditivo e multiplicativo - são diferentes na sua essência e têm diferentes origens. Pois,

Enquanto o raciocínio aditivo é usado quando quantidades do mesmo tipo são colocadas juntas, separadas ou comparadas, o raciocínio multiplicativo envolve duas variáveis numa relação fixa entre si. Esta diferença é significativa do ponto de vista conceptual. O raciocínio aditivo refere-se a situações em que o todo é igual à soma das partes. Por essa razão diz-se

que o invariante conceptual do raciocínio aditivo é a relação parte-todo. Ao contrário, o invariante conceptual do raciocínio multiplicativo é a existência de uma relação fixa entre duas variáveis. Qualquer situação multiplicativa envolve duas quantidades numa relação constante entre si. Ao resolver problemas de raciocínio multiplicativo procura-se um valor numa variável que corresponda a um valor dado na outra variável. A relação constante entre as duas variáveis é que possibilita a dedução na resolução de problemas de raciocínio multiplicativo. (Soutinho, 2015, p.19)

Ainda acerca destes dois tipos de raciocínio, Piaget e Inhelder (1995) defendem não ser possível antecipar a aquisição de determinados conhecimentos sem antes estarem consolidados outros que servirão, posteriormente, de base para os de mais. Nesse sentido, estes autores consideram impossível a compreensão da composição multiplicativa antes da composição aditiva. Soutinho (2015) acrescenta que

o término da composição aditiva é considerado quando a criança percebe a igualdade permanente das partes, entendidas como unidades, e a igualdade da sua soma como o todo inicial. Deste modo se compreende a passagem da composição aditiva à composição multiplicativa. (Soutinho, 2015, p.39)

E, que para se compreender de que forma se processa o pensamento matemático da criança, é fundamental perceber que todo o conhecimento está organizado em campos conceptuais (conjunto informal de situações, problemas, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento). Nesta linha de pensamento, Soutinho (2015), apoiada em Vergnaud (1979),

defende que o desenvolvimento dos campos conceptuais se processa ao longo de um grande período de tempo, com experiência, maturidade e aprendizagem através das experiências do dia-a-dia dentro e fora da escola, e vai desde os 3-4 anos até, pelo menos, aos 15-16 anos para as estruturas aditivas, e desde os 7 anos até aos 18 anos para a compreensão das estruturas multiplicativas. (Soutinho, 2015, p.40)

Abstraindo-nos do tipo de raciocínio em causa, House (1999), citado em Esteves (2013), defende uma necessidade abrangente a todos eles: a de ver, perceber, compreender e ouvir os alunos, nas suas linhas de pensamento e de raciocínio mais variadas, pois só assim, o professor será capaz de detetar possíveis lacunas de raciocínio, melhorar a comunicação matemática, solicitar reformulações e, como ponto fulcral, contribuir para a ampliação dos conhecimentos do grande grupo.

Importa ainda referir que são as diferentes representações dos alunos que nos permitem conhecer e compreender melhor os seus raciocínios, pois é através destas que os alunos dão sentido e atribuem significado a determinadas situações. Lourenço (2014),

citando Bruner (1975), refere que “todo o domínio de conhecimento ou qualquer problema dentro desse domínio pode ser representado sob três formas” (p.28) sendo elas:

a representação ativa (conjunto de ações apropriadas para obter um determinado resultado); representação icónica (conjunto de imagens resumidas ou gráficos, que representam conceitos não definidos completamente) e; representações simbólicas (conjunto de proposições lógicas ou simbólicas “derivado de um sistema simbólico regido por normas ou leis para formar ou transformar proposições”). (Lourenço, 2014, p.28)

A autora defende ainda que o desenvolvimento intelectual de cada ser humano se processa passando da representação ativa do mundo para a representação icónica, finalizando com a representação simbólica. A própria evolução dos conhecimentos matemáticos depende, em parte, do desenvolvimento e da diversidade das representações utilizadas.

Em consonância com esta ideia, Ponte e Serrazina (2000) referem que as representações podem ser: *simbólicas* quando se utilizam algarismos, sinais das operações e o sinal de igual; *icónicas* quando estamos na presença de figuras, gráficos e diagramas; e *ativas* quando recorremos a objetos, usados ou não deliberadamente, como material didático.

Esquemas de Justificação

A justificação é um ponto essencial na aprendizagem e compreensão da Matemática. Dificilmente os alunos aprendem Matemática sem, efetivamente, se envolverem na arte de justificar, pois é explicando por que razão se verificam certas relações que os alunos aumentam a sua compreensão sobre elas.

É ao justificar que se reveem uma série de processos cognitivos que permitem a organização e estruturação do pensamento, criando ligações lógicas e fundamentais para a comunicação matemática. Harel e Sowder (1998, 2007), citados em Fonseca (2018), clarificam o conceito de esquemas de justificação como a capacidade de argumentação utilizada por uma pessoa para se convencer a si própria, ou aos outros, relativamente à veracidade de uma determinada relação matemática. Assim, é fácil depreender-se que justificar envolve, obrigatoriamente, dois propósitos: verificar e persuadir. O primeiro, um processo simples, de convencimento próprio e pessoal. O segundo, um pouco mais

complexo, implica convencer e induzir os outros de que a nossa hipótese é perfeitamente válida. Perante isto, entende-se o conceito de esquemas de justificação, como todos e quaisquer argumentos utilizados pelos alunos para se convencerem, quer a si, quer aos outros, da validade de uma afirmação. Várias são as expressões que estes utilizam para justificar os seus raciocínios ao longo deste processo de convencimento, como por exemplo, “eu sei isto”, “o professor disse o ano passado”, “pode ver-se pelo desenho”, “fiz alguns exemplos”, “o nosso grupo encontrou um padrão”, “penso que tenho uma prova” (Harel & Sowder, 1998, citados em Fonseca, 2004).

Carpenter e Loef (1985), referidos em Esteves (2013), revelam algumas questões orientadoras que devem ir sendo colocadas aos alunos como forma de os motivar a repensar no trabalho já desenvolvido até então: “Isso é sempre verdade? Como sabes que se verifica para todos os números? Como sabes que não há nenhum número para o qual não funcione?” (Esteves, 2013, p.26). Estes autores acrescentam ainda que, alunos nos primeiros anos de escolaridade, tendem a demonstrar algumas dificuldades em generalizar as suas conjecturas, sendo que se limitam, numa grande parte das vezes, a recorrer a exemplos práticos e concretos. Com estes alunos o diálogo aberto e orientado é a base para a compreensão do modo como pensaram perante um determinado problema e para o esclarecimento de possíveis dúvidas. Sendo aqui, papel do professor, necessário um questionamento adequado que os leve a refletir sobre como pensaram e, consequentemente, a ultrapassar a dificuldade de apresentarem argumentos, gradualmente, mais gerais, complexos e convincentes (Fonseca, 2004).

Autores como Harel e Sowder (1998), citados em Fonseca (2004), identificam três categorias de esquemas de justificação base: *esquemas de justificação por convicção externa*, pormenorizando ainda três subcategorias – apelo à autoridade, justificação ritual e justificação simbólica; *esquemas de justificação empírico* e *esquemas de justificação analítico ou teórico*.

Na primeira categoria, *esquemas de justificação por convicção externa*, valorizam-se as justificações provenientes de fatores externos. Esteves (2013) refere que, neste tipo de esquema de justificação, os alunos constroem argumentos ou aceitam a validade dos

argumentos baseando-se em fontes, exclusivamente, externas, como a autoridade, a forma de argumentação ou a simbologia utilizada. Distinguindo-se assim, três subcategorias.

Na subcategoria esquemas de justificação por autoridade, o que convence os alunos, ou o que os leva a persuadir os outros, são, “as informações fornecidas por um professor, por um colega mais conhecedor, pelos livros” (Fonseca, 2004, p.88), sem, necessariamente, constatarem a correção dessas informações. Os alunos que recorrem a este tipo de justificação procuram centrar-se mais na busca pelo resultado, do que propriamente nos processos envolvidos aquando da sua obtenção.

Na subcategoria esquemas de justificação ritual, prevalece a utilização da forma já conhecida do argumento, desvalorizando-se, por sua vez, o seu próprio conteúdo ou correção. Por exemplo, um aluno sabe quais os passos a efetuar no algoritmo da multiplicação, mas não compreende por que razão em cada nova linha do produto deve deslocar-se uma posição para a esquerda. Ou seja, o aluno memoriza os procedimentos corretos, mas não lhes atribui significado ou intenção.

Na subcategoria esquemas de justificação simbólica, sugere-se a manipulação algébrica dos símbolos. Esta vertente pode ser analisada a partir de dois extremos concretos. Por um lado, temos o reconhecimento dos símbolos e a sua utilidade para as resoluções. Contudo, por outro, enfrenta-se o risco de, por vezes, a sua manipulação ser feita de forma aleatória e sem qualquer significado aparente para o argumento em causa.

Muitas vezes, os alunos, imediatamente após a leitura do problema e sem terem dedicado tempo à compreensão, começam a manipular as expressões envolvidas. Estas manipulações parecem ser feitas ao acaso sem um objetivo definido. (Fonseca, 2014, p.89)

Na categoria, *esquemas de justificação empírico*, valorizam-se as justificações provenientes, unicamente, de exemplos. Esteves (2013), à luz de Fonseca (2004, 2011), refere que, neste tipo de esquema de justificação, os alunos baseiam-se em exemplos para sustentar as suas opções e efetuar as suas generalizações, considerando-as válidas e verídicas até que alguém as consiga refutar apresentando um contraexemplo. As autoras salientam a importância do professor “confrontar os alunos com situações em que ocorra a quebra do padrão” (Esteves, 2013, p.28), procurando que os alunos evoluam e madurem na “cultura da matemática, de modo a apreciar e a utilizar as definições e os teoremas” (Fonseca, 2004, p.89).

Na categoria, *esquemas de justificação analítico ou teórico*, ressaltam as deduções lógicas como forma de validar as conjecturas que convencem e/ou persuadem os alunos. Esteves (2013), apoiando-se em Fonseca (2004), refere que, neste tipo de esquema de justificação, os alunos baseiam-se em aspetos gerais do problema, envolvendo raciocínios mais elaborados e uma série de operações mentais mais rigorosas e lógicas. Aqui, os alunos procuram justificar todas as opções e, não apenas, uma opção isolada. E, estes seus pensamentos organizados podem ser facilmente convertidos numa forte demonstração matemática.

Estudos que estabeleçam relações entre os esquemas de justificação utilizados pelos alunos e as suas estratégias de resolução de problemas são ainda um pouco débeis, existindo muito poucos. Sabe-se, contudo, que

Um aluno pode revelar esquemas de justificação diferentes em contextos diferentes (tarefas diferentes), mas também é possível encontrar uma combinação de esquemas de justificação num mesmo contexto. (Esteves, 2013, p.28)

Tarefas Matemáticas

As tarefas desenvolvidas em sala de aula constituem uma base inequívoca para a aprendizagem dos alunos. Ponte e Serrazina (2000) salientam que para estas aprendizagens se tornarem, efetivamente, consistentes e duradouras é fundamental ter-se em conta dois fatores: a atividade a realizar e a posterior reflexão a executar sobre ela. É realmente importante que a atividade proposta pelo professor seja significativa e enriquecedora para os alunos. É igualmente relevante que, após a proposta da atividade, os alunos vivenciem um momento reflexivo sobre a tarefa, discutindo, interiorizando e compreendendo estratégias e procedimentos fundamentais para o desenvolvimento da sua atividade matemática. Importa clarificar que toda e qualquer atividade realizada em sala de aula é considerada, por estes autores, como uma tarefa.

Posto isto, salienta-se a existência de diversos tipos de tarefas matemáticas. Exemplos bem conhecidos, que se analisarão de seguida, a partir da *Figura 1*, são os exercícios, os problemas, as explorações, as investigações, os jogos e os projetos.

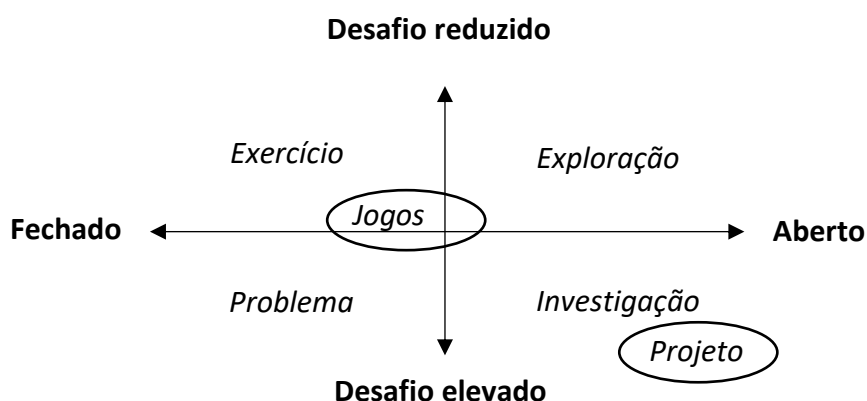


Figura 1- Relação entre diversos tipos de tarefas, a nível de grau de desafio e de abertura.

Esclarecendo, primeiramente, o conceito de tarefa fechada e de tarefa aberta:

“uma tarefa fechada é aquela onde é claramente dito o que é dado e o que é pedido e uma tarefa aberta é a que comporta um grau de indeterminação significativo no que é dado, no que é pedido, ou em ambas as coisas.” (Ponte, 2005, p.7)

É cruzando estas duas dimensões com o grau de desafio das propostas para os alunos, que se obtêm os quatro quadrantes anteriores.

Podemos afirmar estar na presença de um exercício quando a tarefa é uma situação que pode ser resolvida utilizando processos conhecidos, repetitivos ou mecanizados. São tarefas fechadas e de desafio reduzido. Os exercícios servem, essencialmente, para os alunos colocarem em prática os conhecimentos já adquiridos com um propósito de consolidação de conhecimentos. Contudo,

reduzir o ensino da Matemática à resolução de exercícios comporta grandes riscos de empobrecimento nos desafios propostos e de desmotivação dos alunos. Os exercícios têm, por isso, um lugar próprio no ensino da Matemática, mas, como sublinha José Sebastião e Silva, (1964), mais importante do que fazer muitos exercícios será fazer exercícios cuidadosamente escolhidos, que testem a compreensão dos conceitos fundamentais por parte dos alunos. (Ponte, 2005, p.4)

É ténue a linha que separa um exercício de um problema. Uma determinada tarefa pode ser um exercício para um aluno e, em simultâneo, um problema para outro, dependendo das bases que possuam para o interpretar e resolver ou das suas experiências prévias. Se uma “questão não tem surpresas e pode ser resolvida confortavelmente utilizando procedimentos rotineiros e familiares” (Vale & Pimentel, 2004, p.13) trata-se de

um exercício. Contrariamente, se o aluno não conhece um caminho, não sabe como chegar, quase que de imediato, até à solução, estamos na presença de um problema.

Pode-se assim entender como um problema, toda a situação não rotineira que constitua um desafio para os alunos, não podendo ser resolvida utilizando processos conhecidos e normalizados. São tarefas fechadas, mas de desafio elevado. Vale e Pimentel, apoiando-se em Charles e Lester (1986), distinguem cinco tipologias de problemas: *problemas de um passo, problemas de dois ou mais passos, problemas de processo, problemas de aplicação e problemas tipo puzzle* (Vale & Pimentel, 2004, p.18).

Os *problemas de um passo* são todos os problemas que podem ser “resolvidos através da aplicação direta de uma das quatro operações básicas da aritmética” (Vale & Pimentel, 2004, p.18)..

Na mesma linha de pensamento, os *problemas de dois ou mais passos* são todos aqueles que podem ser resolvidos “através da aplicação direta de duas ou mais das quatro operações aritméticas, respectivamente.” (Vale & Pimentel, 2004, p.18).

Os *problemas de processo* não dependem de processos mecanizados ou normalizados. E só “podem ser resolvidos através da utilização de uma ou mais estratégias de resolução.” (Vale & Pimentel, 2004, p.18).

Por sua vez, os *problemas de aplicação* são os que, normalmente, requerem uma recolha de dados da vida real e/ou uma tomada de decisões. “Muitas vezes utilizam uma ou mais operações e uma ou mais estratégias de resolução.” (Vale & Pimentel, 2004, p.18).

Por último, os *problemas tipo puzzle* são os que suscitam mais interesse nos alunos pois permitem-lhes a visualização dos problemas sob diversos pontos de vista, sendo que necessitam “como que de um “flash” para chegar à solução.” (Vale & Pimentel, 2004, p.19).

Quanto às tarefas de exploração e de investigação, a diferença entre estas encontra-se apenas no grau de desafio. Se os alunos puderem começar a trabalhar desde logo, sem muito planeamento, estamos perante tarefas de exploração, abertas e de desafio reduzido. Caso contrário, estamos perante tarefas de investigação, abertas, mas de desafio elevado uma vez que, “promovem o envolvimento dos alunos, pois requerem a sua participação activa desde a primeira fase do processo – a formulação das questões a resolver.” (Ponte, 2005, p.7).

Torna-se assim evidente que a diversificação de tarefas é fundamental para a aquisição de aprendizagens a diferentes níveis, uma vez que, cada tipologia de tarefa cumpre um papel fulcral no alcance de diversos objetivos curriculares:

- As tarefas de natureza mais fechada (exercícios, problemas) são importantes para o desenvolvimento do raciocínio matemático nos alunos, uma vez que este raciocínio se baseia numa relação estreita e rigorosa entre dados e resultados.
- As tarefas de natureza mais acessível (explorações, exercícios), pelo seu lado, possibilitam a todos os alunos um elevado grau de sucesso, contribuindo para o desenvolvimento da sua auto-confiança.
- As tarefas de natureza mais desafiante (investigações, problemas), pela sua parte, são indispensáveis para que os alunos tenham uma efectiva experiência matemática.
- As tarefas de cunho mais aberto são essenciais para o desenvolvimento de certas capacidades nos alunos, como a autonomia, a capacidade de lidar com situações complexas, etc. (Ponte, 2005, p.17)

Contudo, independentemente da tipologia, as tarefas propostas, devem procurar estruturar-se baseando-se em aspetos como: o cuidado na utilização de uma “Matemática sólida e significativa”, o conhecimento das “aptidões, interesses e experiencias dos alunos”, o apelo à inteligência dos alunos; o desenvolvimento da “compreensão e aptidões matemáticas dos alunos”, o apelo à “formulação e resolução de problemas e ao raciocínio matemático”, o demonstrar “a matemática como uma atividade humana permanente” e, a promoção do “desenvolvimento da predisposição de todos os alunos para fazer matemática.” (NCTM, 1994, citado em Ponte & Serrazina, 2000, p.115).

Estratégias de Resolução de Problemas.

Vale e Pimentel (2004) acreditam que os alunos “devem ser submetidos a um ensino que lhes dê a oportunidade de praticar um número significativo de estratégias através da resolução de vários problemas.” (Vale & Pimentel, 2004, p.25). Deste modo, as autoras distinguem oito estratégias de resolução que permitem aos alunos passarem “gradualmente da resolução de uma situação problemática mais fechada e estruturada para uma situação mais aberta sem o perigo de se sentirem perdidos.” (p.25).

Uma dessas estratégias de resolução, assenta em *Descobrir um padrão/ Descobrir uma regra ou lei de formação*. Aqui, a solução é encontrada através da generalização de soluções específicas.

Fazer tentativas/ Fazer conjecturas é uma outra estratégia possível. Esta é geralmente orientada seguindo uma determinada linha de raciocínio que deve ser testada e verificada. Se as condições do problema forem satisfeitas então a solução está encontrada, caso contrário devemos fazer uma outra tentativa e voltar a testá-la.

Trabalhar do fim para o princípio é uma estratégia na qual se conhece o ponto de chegada, mas não o ponto de partida. Pressupõe que os alunos comecem a desenvolver o seu trabalho pelo final ou pelo que pretendem, efetivamente, provar.

A estratégia *Usar dedução lógica/ Fazer eliminação* implica que se encarem todas as hipóteses e que se vá eliminando, uma a uma, as que não são possíveis. Assim, eliminam-se os casos impossíveis e selecionam-se as situações corretas.

Vale e Pimentel (2004) acreditam que uma das estratégias mais poderosas de resolução de problemas é a de *Reduzir a um problema mais simples/Decomposição/Simplificação*. Esta estratégia implica a resolução de um caso particular de um problema transformando-o em algo mais simples que conduza a uma lei de formação aplicável ao caso geral.

Fazer uma simulação/ Fazer experimentação/ Fazer uma dramatização é uma estratégia que consiste na utilização de objetos ou adereços na simulação das condições do problema, traduzindo-o em factos concretos e visíveis.

Uma outra estratégia valiosa é a de *Fazer um desenho, diagrama, gráfico ou esquema*. Esta estratégia é utilizada muitas vezes em combinação com outras, mas também tem valor por si só.

Por último, temos a estratégia de *Fazer uma lista organizada ou fazer uma tabela*. Esta tanto pode ser utilizada como estratégia principal, como simplesmente, para representar, organizar ou guardar informação e/ou os dados do problema. Esta estratégia “permite-nos esgotar todos os casos possíveis e não esquecer nenhum.” (Vale & Pimentel, 2004, p.28).

Independentemente da estratégia adotada, todos os problemas devem seguir um mesmo processo de resolução: *ler e compreender o problema*, identificando e analisando os seus dados e condições; *fazer e executar um plano*, organizando a informação recolhida e escolhendo e implementando a estratégia mais adequada para resolver o problema; e

verificar a resposta, confirmando se a solução supre todas as condições do problema, caso contrário, deve procurar-se adaptar a resolução efetuada ou encontrar uma nova.

Estudos Empíricos

São apresentados, de seguida, alguns estudos empíricos relacionados com o desenvolvimento do raciocínio matemático e com os esquemas de justificação.

Esteves (2013) desenvolveu um estudo de caso, de natureza descritiva e interpretativa, com o objetivo de compreender os tipos de raciocínio utilizados pelos alunos, a forma como justificavam as suas opções e que dificuldades manifestavam em explicar-se, ou seja, em comunicar matematicamente. Este estudo procurou responder às questões-chave: Como se caracteriza o raciocínio matemático de alunos do 2.º ano de escolaridade quando resolvem problemas de processo? Como é que os alunos justificam os seus resultados/ as suas resoluções? Que dificuldades é que os alunos manifestam na explicitação do raciocínio? Os alunos caso foram selecionados de forma intencional e criteriosa, traduzindo-se em alunos que a investigadora acreditava serem capazes de fornecer o máximo de informações relevantes - três alunas com sete anos de idade, de uma turma de alunos do 2.º ano de escolaridade. As técnicas de recolha de dados utilizadas foram as tarefas de resolução de problemas, a observação participada, as conversas informais, as gravações áudio-vídeo, os documentos e as notas de campo. Os resultados da investigação evidenciam o facto de os alunos recorrerem a diferentes estratégias de resolução de problemas e justificarem os seus resultados de formas variadas. Constatando-se serem capazes de apresentar argumentos válidos para as suas conjecturas, apercebendo-se da necessidade de justificar não apenas com base em alguns exemplos - característico do esquema de justificação empírico - mas sim, baseando-se na apresentação de formas de justificação mais gerais, demonstrando posições do esquema de justificação analítico emergente. A investigadora termina salientando que algumas das dificuldades apresentadas emergiam da falta de compreensão dos enunciados e/ou da falta de organização dos dados, durante a resolução.

Também Oliveira (2015) realizou um projeto de investigação no qual se pretendia analisar e compreender o raciocínio matemático de alunos na resolução de problemas. O

estudo foi orientado por três questões: Como se caracteriza o raciocínio matemático usado pelos alunos na resolução de problemas envolvendo números racionais não negativos? A que conhecimentos e representações recorrem para desenvolver e explicitar o seu raciocínio? Que dificuldades experienciam? Do ponto de vista metodológico, o estudo constitui uma investigação sobre a prática que se enquadra no paradigma interpretativo e numa abordagem qualitativa. A investigadora selecionou, cuidadosa e criteriosamente, como participantes, dois alunos de uma turma do 5.º ano de escolaridade e, os dados que sustentam este estudo foram obtidos através de entrevistas, recolha de documentos e observação participante. Os resultados desta investigação revelam que os alunos envolvidos no estudo evidenciam atividades ligadas ao raciocínio matemático como a explicação, a justificação, a formulação de conjeturas e a generalização aquando da exploração das tarefas propostas. Sendo que, maioritariamente, utilizavam a explicação e a justificação, sendo escassas as vezes que formulavam conjeturas e generalizavam.

Uma outra investigação, levada a cabo por Costa (2014), teve como propósito compreender o desenvolvimento da explicitação do raciocínio matemático. Os participantes deste estudo foram, simultaneamente, uma turma do 2.º ano de escolaridade e uma turma do 5.º ano de escolaridade. Com esta experiência, a investigadora pretendeu criar condições para que os alunos desenvolvessem o raciocínio através da sua própria explicitação. Neste sentido, a investigação realizada regeu-se pelas seguintes questões de investigação: Quais as dificuldades com que os alunos se depararam na resolução das tarefas e na explicitação do raciocínio? E como é que os alunos evoluíram, ao longo da intervenção pedagógica, na sua capacidade de explicitar os seus raciocínios? Todo o estudo se desenvolveu de acordo com uma metodologia de investigação-ação de carácter qualitativo. As técnicas de recolha de dados foram a observação participante, as gravações áudio e vídeo, os registos escritos, as produções dos alunos e uma ficha de reflexão. Importa referir que as tarefas propostas iam sendo de resolução individual ou de grupo, variando de acordo com o que a investigadora pretendia. Com este estudo foi possível compreender que o trabalho colaborativo ajudou a desenvolver nos alunos a capacidade de raciocinar e de explicitar os seus raciocínios, tendo-se verificado que a interação entre os alunos foi promotora de uma aprendizagem significativa. Além disso, perante os

resultados obtidos, concluiu-se que os alunos desenvolveram a capacidade de explicitar os seus raciocínios, seguindo os padrões de raciocínio identificados na educação matemática, justificando as suas posições.

METODOLOGIA

Esta secção compreende as opções metodológicas definidas para este estudo, a descrição dos participantes e dos procedimentos de análise de dados, bem como os meios utilizados para a sua recolha. É ainda aqui apresentada a calendarização do estudo realizado.

Opções metodológicas

Face ao problema apresentado, esta investigação cresceu e desenvolveu-se situada num paradigma interpretativo. Na prática, esta opção, traduz-se numa ação sistemática e flexível de observação, naturalista e participante, e de reflexão contínua sobre a proposta de trabalho desenvolvida – características inatas da metodologia adotada, de cariz qualitativo (Coutinho, 2014).

Neste tipo de investigação, “os investigadores interessam-se mais pelo processo de investigação do que unicamente pelos resultados ou produtos que dela decorrem” (Carmo & Ferreira, 2008, p.198). Além disso,

o investigador qualitativo evita iniciar um estudo com hipóteses previamente formuladas para testar ou questões específicas para responder, defendendo que a formulação das questões deve ser resultante da recolha de dados e não efetuada *a priori*. É o próprio estudo que estrutura a investigação, não ideias preconcebidas ou um plano previamente detalhado. (Bogdan & Biklen, 1994, p.83)

Este estudo, com o intuito de compreender o raciocínio matemático dos alunos, o modo como justificam as suas opções e que dificuldades manifestam, implica, claramente, a utilização de uma abordagem qualitativa pois a compreensão envolve a descrição, exploração e interpretação de estratégias com base no que os participantes estão a vivenciar. De acordo com Bogdan e Biklen (1994) os investigadores qualitativos têm o objetivo de perceber aquilo que os participantes experimentam, o modo como interpretam as experiências e como eles próprios estruturam o mundo social em que vivem.

A investigação qualitativa pode assumir vários *designs*. Um deles é o referente a este estudo, é o estudo de caso, uma metodologia adequada às questões do «como» e

«porquê» (Ponte, 2006). Aqui o investigador aborda o seu campo de investigação a partir do interior, devendo procurar que este seja sempre: o menos construído, portanto o mais real; o menos limitado, portanto o mais aberto; e o menos manipulável, portanto o menos controlado (Lessard-Hébert, Goyette & Boutin, 2005).

No estudo de caso, Vale (2004) acredita que o investigador é o principal instrumento, quer para a recolha de dados, quer para a sua análise. É ele quem deve decidir que dados recolher, quem deve ser entrevistado ou observado, ou que documentos devem ser tomados em atenção. De acordo com a autora, o estudo de caso é uma das investigações mais difíceis de levar a cabo, pois esta procura “produzir conhecimento sobre o que há de único no objecto em estudo.” (Vale, 2004 p. 200).

Vale (2004) apresenta ainda algumas características do estudo de caso em educação: *particularista* pois centra-se numa situação, num acontecimento, num fenómeno ou pessoa específica; *descritivo* pois a recolha de dados permite fazer uma descrição detalhada do objeto em estudo; *heurístico* porque o estudo permite a compreensão do leitor; e *indutivo* pois, ao mesmo tempo, os dados orientam e condicionam o conhecimento que emerge do estudo.

Participantes

Este estudo desenvolveu-se ao longo do 2.º semestre da Prática de Ensino Supervisionada com 19 alunos de uma turma do 4.º ano de escolaridade do 1.º CEB. No decorrer da investigação apresentavam idades compreendidas entre os 9 e os 10 anos de idade.

Os participantes desta investigação podem dividir-se em dois grandes grupos: por um lado, a turma no geral, sendo que as atividades foram aplicadas a todos e todos estavam autorizados pelos encarregados de educação a participar e ser alvo de estudo; por outro, os 6 casos-específicos dentro dos alunos da turma. A investigadora selecionou estes alunos por acreditar serem uma mais valia para o estudo em causa, pois revelaram ser capazes de comunicar com clareza e de fornecer informações pertinentes, de analisar os seus raciocínios e de completar ideias e raciocínios expostos, anteriormente.

Como seria de esperar, o gosto pela Matemática não era consensual. Apesar de qualitativamente a maioria dos alunos se encontrar no patamar do Bom/ Muito Bom, quase todos encaravam a Matemática como uma disciplina difícil e exigente. Alguns, chegavam mesmo a demonstrar aversão pela disciplina, entrando em grande ansiedade face à aprendizagem de novos conteúdos. Os 6 casos específicos da turma eram alunos que demonstravam gosto e um grande à vontade com esta área.

As práticas de sala de aula vivenciadas pela turma eram, quase que exclusivamente, rotineiras – baseadas na memorização de regras e na realização de exercícios e problemas de passos (Vale & Pimentel, 2004) do manual escolar. Certamente por isso, os alunos não se sentiam confortáveis em explicar de que forma pensaram e como teriam a certeza de que a sua resolução estaria correta. Sempre que confrontados com estas questões, a tendência era apagar de imediato todo o trabalho em vez de o justificar e defender.

Face às tarefas que lhes foram sendo apresentadas ao longo deste estudo, bem diferentes das que estavam habituados até então, todos reagiram com grande empenho e entusiasmo aquando das suas resoluções. Apesar da ideia inerente a esta disciplina, a turma revelou-se bastante trabalhadora e adquiriu facilmente o hábito de justificar e defender o seu trabalho.

Técnicas de recolha de dados

Visto tratar-se de uma investigação qualitativa, que decorreu de forma naturalista e interpretativa, pelo facto da investigadora ter adotado um papel participante neste contexto, esta lucrou da utilização de uma diversidade de técnicas e instrumentos para o estudo da problemática. As fontes de informação desta investigação recaíram em: *documentos dos alunos (tarefas de intervenção pedagógica); observações; fotografias e vídeos; e inquéritos realizados, quer por entrevistas informais, quer por questionários.*

Procurou-se recolher dados através de uma multiplicidade de instrumentos, conferindo ao estudo um maior grau de fidelidade pois diferentes e variadas “fontes dirão mais sobre um determinado fenómeno” (Vale, 2004, p. 189). Consequentemente, permitem também à investigadora um maior apoio na análise e interpretação das informações conseguidas.

Importa referir que todas estas formas de recolha de dados estavam contempladas na autorização de consentimento informado (anexo 3), assinada pelos encarregados de educação dos alunos participantes – todos os alunos da turma, na qual se privilegia o anonimato dos participantes, encontrando-se os mesmos codificados pela investigadora ao longo de todo o estudo.


Tarefas de intervenção pedagógica.

Esta proposta foi cuidadosamente pensada e planeada de modo a suprimir eventuais necessidades da turma.


Tendo em vista o passeio de final de ano – a Visita de Estudo ao Jardim Zoológico da Maia – a investigadora achou pertinente uma apresentação bissemanal de tarefas matemáticas em conjugue com cartas mistério. Estas cartas eram entregues aos alunos em simultâneo com as tarefas, ajudando-os a conhecer ou a identificar, com maior facilidade, o animal caracterizado nas mesmas. As tarefas, diversificadas e, maioritariamente, de carácter aberto, foram fornecendo informações importantes e curiosidades engraçadas acerca da visita de estudo. As cartas mistério permitiram, à priori, o conhecimento sobre alguns dos animais que seriam depois encontrados no Jardim Zoológico.

A apresentação das tarefas seguiu uma sequência lógica: (a) entrega dos enunciados das tarefas e das cartas mistério; (b) resolução individual; (c) recolha dos enunciados; (d) correção e interpretação dos enunciados por parte da investigadora; (e) conversas informais com os 6 casos-específicos; (f) correção em grande grupo e partilha de estratégias.

Nos Quadros 3 a 8 apresentam-se as seis tarefas que conduziram o presente estudo, juntamente com uma breve caracterização de cada uma:

Tarefa n.º1
A Caminho do Zoo
Número de Alunos:
19 alunos
Data:
30 de abril de 2018
Descrição da Tarefa:
<p>A turma do 4.ªA saiu de Viana e ia na estrada, a caminho da Maia, quando viram a seguinte tabuleta:</p>  <p>Ao verem a tabuleta, souberam quantos quilómetros tinham percorrido e quantos ainda faltava percorrer para chegarem ao Jardim Zoológico. No final do dia, regressaram a Viana pela mesma estrada.</p> <p>Quantos quilómetros percorreram desde o momento em que viram a tabuleta até ao momento em que chegaram a Viana?</p> <p>Apresenta todos os cálculos que efetuares.</p>
Objetivos:
<ul style="list-style-type: none"> - Resolver problemas de vários passos envolvendo números naturais/decimais e as quatro operações; - Desenvolver a capacidade de raciocínio;

Quadro 3- Apresentação da tarefa n.º1.

Tarefa n.º2
Descobrimos as Piranhas
Número de Alunos:
19 alunos
Data:
30 de abril de 2018
Descrição da Tarefa:
<p>Desvenda o desafio que a tratadora das piranhas te deixou. Não te esqueças de apresentar todo o teu trabalho.</p> <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 15px; padding: 10px; margin-right: 20px;"> <p>Neste Jardim Zoológico há mais de 20 e menos de 40 piranhas. Se as separarmos em grupos de três, nenhuma fica sozinha. Se as separarmos em grupos de 5, também nenhuma fica sozinha. Quantas piranhas existem?</p> </div>  </div>
Objetivos:
<ul style="list-style-type: none"> - Efetuar divisões inteiras utilizando o algoritmo; - Efetuar cálculo mental; - Calcular recorrendo à tabuada; - Resolver problemas de vários passos; - Desenvolver a capacidade de raciocínio;

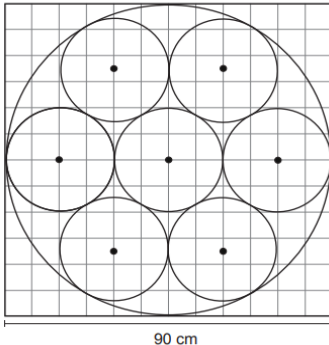
Quadro 4- Apresentação da tarefa n.º2.

Tarefa n.º3
Descobrimos os Mandris
Número de Alunos:
19 alunos
Data:
7 de maio de 2018
Descrição da Tarefa:
<p>Um mandril tirou metade dos biscoitos que estavam na caixa. Depois chegou um outro mandril que escondeu metade dos biscoitos que o primeiro tinha deixado. Por fim, juntou-se mais um mandril, que comeu metade dos biscoitos que encontrou na caixa e, ainda sobraram 6.</p> <p>Quantos biscoitos havia inicialmente?</p> <p>Apresenta todos os cálculos que efetuares.</p>
Objetivos:
<ul style="list-style-type: none"> - Resolver problemas de processo; - Reconhecer o sentido de metades/dobros; - Desenvolver a capacidade de raciocínio;

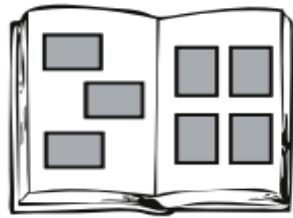
Quadro 5- Apresentação da tarefa n.º3.

Tarefa n.º4
Descobrimos o Chital, o Caimão e o Pato Mandarin
Número de Alunos:
19 alunos
Data:
14 de maio de 2018
Descrição da Tarefa:
<p>Desenhou-se um chital, um caimão e um pato mandarin e cortou-se cada um deles em três partes. Quantos animais, reais e de fantasia, consegues criar combinando sempre uma cabeça, uma parte central e uma parte traseira?</p> <p>Apresenta todo o teu trabalho.</p>
Objetivos:
<ul style="list-style-type: none"> - Resolver problemas de processo; - Desenvolver a capacidade de raciocínio;

Quadro 6- Apresentação da tarefa n.º4.

Tarefa n.º5
Descobrimos os Tritões de Barriga Vermelha
Número de Alunos:
19 alunos
Data:
14 de maio de 2018
Descrição da Tarefa:
<p>O esquema que se segue representa o território dos tritões de barriga vermelha. As sete circunferências pequenas são geometricamente iguais e representam os subterritórios de cada família.</p> <p>Qual é o diâmetro de um desses subterritórios?</p>
 <p>O diagrama mostra um grande círculo inscrito num quadrado. Este grande círculo é dividido por sete círculos menores, todos de igual tamanho, que se tocam mutuamente e com o círculo exterior. Os pontos de tangência entre os círculos menores e o círculo exterior formam os vértices de um heptágono. O lado do quadrado que contém o círculo exterior é rotulado como 90 cm.</p>
Objetivos:
<ul style="list-style-type: none"> - Resolver problemas; - Reconhecer que o lado do quadrado representa o diâmetro da circunferência; - Efetuar divisões inteiras utilizando o algoritmo ou o cálculo mental; - Desenvolver a capacidade de raciocínio;

Quadro 7- Apresentação da tarefa n.º5.

Tarefa n.º6
Construindo Memórias
Número de Alunos:
19 alunos
Data:
17, 18, 21 de maio de 2018
Descrição da Tarefa:
<p>A turma do 4.ºA comprou um álbum com 17 páginas para colar as fotografias da visita ao Jardim Zoológico.</p> <p>Em cada página par, a turma colou 3 fotografias. Em cada página ímpar, colou 4 fotografias.</p> <p>Quantas fotografias a turma colou nas 17 páginas do álbum?</p> <p>Apresenta todos os cálculos que efetuares.</p>

<p>No final da tarefa propõe-se aos alunos a construção de um álbum de fotografias respeitando os dados anteriores, sendo que devem ser eles a tirar as fotografias no dia da visita de estudo ao Jardim Zoológico (18 de maio de 2018).</p>
Objetivos:
<ul style="list-style-type: none"> - Resolver problemas de vários passos; - Efetuar divisões inteiras utilizando o algoritmo; - Desenvolver a capacidade de raciocínio;

Quadro 8- Apresentação da tarefa n.º6.

Documentos dos alunos

Os documentos têm um lugar privilegiado como fonte de informação nesta investigação, já que esta consiste na observação, descrição, análise e interpretação das respostas dos participantes que resolveram todas as tarefas matemáticas propostas.

A cada tarefa, a análise dos registos dos alunos permitiu constatar não só o raciocínio evocado por estes, como também os conhecimentos aplicados, as representações utilizadas e a forma de organização das diversas resoluções. São estes registos, que permitiram à investigadora recolher mais dados para completar a sua observação, incluindo alguns aspetos que não puderam ser diretamente observados (Vale, 2004).

Observação.

Posto o envolvimento da investigadora neste estudo, considera-se que adotou um papel de observadora participante por estar presente enquanto investigadora, mas também enquanto professora da turma e impulsionadora da proposta metodológica em causa.

Assim, e assumindo este duplo papel, salienta-se que foi este um dos métodos de recolha de dados privilegiado ao longo de todo o estudo, uma vez que sempre foi mantido o contacto direto com os participantes aquando da apresentação, execução e discussão das diferentes tarefas. Este contacto foi fulcral, na medida em que permitiu recolher informações acerca dos vários aspetos em estudo, tais como: as estratégias de resolução utilizadas, a capacidade de comunicação matemática, bem como, a perceção acerca das dificuldades apresentadas pelos alunos.

Nesta técnica de recolha de dados o investigador é um membro do grupo que pretende a recolha de informação privilegiada, baseada no que vê e ouve, seguindo-se um momento de reflexão sobre o que foi observado. Esta característica é a que torna esta técnica um imperativo de uma qualquer investigação qualitativa (Coutinho, 2014; Vale, 2004), pois é a partir da observação direta da ação de um indivíduo que se torna possível “comparar aquilo que diz, ou que não diz, com aquilo que faz” (Vale, 2004, p. 181).

Fotografias e vídeos.

Uma outra técnica de recolha de dados utilizada foi o registo vídeo e o registo fotográfico de algumas tarefas, mais concretamente, nos momentos de correção das tarefas e da sua discussão em grande grupo.

A audição e visualização destes momentos permitiu, sempre que necessário, voltar a questionar os participantes sobre algum aspeto que tenha ficado menos claro, ou sobre o qual a investigadora sentiu a necessidade de explorar mais detalhadamente.

Importa referir que esta técnica não interferiu, de forma alguma, com os comportamentos dos alunos, uma vez que foi utilizada com bastante frequência, sendo já familiar aos participantes.

Inquérito.

De forma a melhor compreender algumas questões relacionadas com a investigação, nomeadamente, o que os participantes pensavam acerca das tarefas desenvolvidas, bem como, o seu olhar sobre a matemática e sobre a importância de se justificar, realizou-se um questionário aos alunos. Após cada tarefa implementada, foi também realizada uma pequena entrevista informal aos alunos caso.

Questionário.

Este é um instrumento de recolha de dados pouco consensual, uma vez que tanto apresenta fortes vantagens como desvantagens. Coutinho (2014) defende que a realização de questionários permite uma maior uniformização da informação bem como a facilidade em inquirir um maior número de participantes. Por outro lado, Tuckman (2002), refere como principais desvantagens a veracidade da informação prestada pelos participantes, bem como a sua consciencialização acerca do assunto em análise.

Aquando da construção deste instrumento foram tidos em conta alguns cuidados: as questões devem ser simples, claras e curtas, não incluindo mais do que uma ideia ou conceito e com linguagem adequada ao universo dos inquiridos; devem ser abordados

temas relevantes para o problema que se pretende analisar, sem nunca influenciar os inquiridos a fornecer uma determinada resposta (McMillan & Schumacher, 2001). Por estas razões o questionário foi validado com uma outra turma de alunos do mesmo nível etário.

Os questionários, presentes em anexo 4, foram entregues a todos os participantes em simultâneo e na presença da investigadora, de forma a garantir a participação de todos. Apesar de demorarem mais tempo do que o previsto a responder às questões, os inquiridos fizeram-no, de forma totalmente autónoma, evitando-se ao máximo qualquer tipo de influência externa.

Clarifica-se que os questionários foram apenas entregues numa fase final do estudo, pois pretendia-se compreender apenas qual a relação dos alunos para com as tarefas propostas ao longo da investigação e ainda, qual a sua posição perante a arte de justificar.

Entrevista.

Ao longo deste estudo, sempre que foram sendo implementadas tarefas, eram posteriormente, realizadas entrevistas informais a alguns dos participantes, de modo a recolher informações mais específicas sobre a resolução e o seu raciocínio. Os participantes inquiridos foram escolhidos pelo facto de representarem situações específicas, de relevo, dentro do grupo-caso em análise.

As informações obtidas deste modo foram de crucial importância tendo em conta a tipologia deste estudo – esta técnica permite o contacto com realidades múltiplas, descritas de uma forma mais clara e profunda, na primeira pessoa. Pode considerar-se uma técnica complementar às restantes, mas de grande importância, pois nesta a investigadora pôde ir controlando os assuntos e direccionando a conversa de forma a tocar nos aspetos que considerava relevantes para a investigação.

Neste estudo, a postura adotada pela investigadora foi como se de uma conversa informal se tratasse, permitindo a cada entrevistado exprimir-se de forma mais espontânea e relaxada acerca dos temas que lhe iam sendo sugeridos, a partir de uma série de questões mais amplas.

Esta técnica de recolha de dados permite interpretar de forma mais direta as opiniões, atitudes e concepções do entrevistado (Vale, 2004), possibilitando uma maior

proximidade entre o entrevistador e o entrevistado (Coutinho, 2014) e, permitindo ao investigador “confrontar a sua percepção do «significado» atribuído pelos sujeitos aos acontecimentos com aquela que os próprios sujeitos exprimem” (Lessard-Hébert, et al., 2005, 160).

Categorias de análise de dados

Autores como Bogdan e Biklen (1994) veem o processo de análise de dados como um momento “de busca e de organização sistemático” dos dados recolhidos que foram sendo acumulados no decorrer da investigação com o objetivo de “aumentar a sua própria compreensão sobre esses mesmos materiais e de lhe permitir apresentar aos outros aquilo que encontrou” (Bogdan & Biklen, 1994, p.205).

Por sua vez, Vale (2004) define a análise de dados como um processo sob o qual se estabelece “ordem, estrutura e significado na grande massa de dados recolhidos” (Vale, 2004, p. 183), de forma a que os dados sejam o mais fiáveis possível, minimizando as influências por parte do investigador.

Entenda-se assim, que a interpretação e análise dos dados recolhidos numa investigação é “uma tarefa tão crucial quanto «problemática»” (Coutinho, 2014, p. 216), uma vez que os dados recolhidos se apresentam, geralmente, sob diversos formatos (maioritariamente texto e vídeos). Coutinho (2014) alerta para a necessidade de se reduzir e codificar todos estes dados, ou seja, de os categorizar segundo padrões detetados numa fase posterior à recolha, de modo a possibilitar uma melhor interpretação e consequente rigor do estudo.

Segundo Vale (2004), todo o investigador deve criar categorias, que surjam a partir dos dados recolhidos, de forma a poder relacioná-los e estabelecer as conclusões face ao problema em causa. Assim, apresentam-se, no Quadro 9, as categorias de análise elaboradas para o presente estudo, tendo por base os dados recolhidos e o quadro teórico utilizado.

Questões	Categorias	Descritores de análise	
1. Como se caracteriza o raciocínio matemático de alunos do 4.º ano de escolaridade?	Raciocínio MEC (2013), Soutinho (2015), Lourenço (2014), Ponte e Serrazina (2000).	Tipos de raciocínio	Raciocínio dedutivo
			Raciocínio indutivo
			Raciocínio aditivo
			Raciocínio multiplicativo
		Representações	Representação ativa
			Representação icónica
Representação simbólica			
Como é que os alunos procuram justificar as suas resoluções?	Esquemas de Justificação Fonseca (2004), Esteves (2013).	Esquema de justificação por convicção externa	Apelo à autoridade
			Justificação ritual
			Justificação simbólica
		Esquema de justificação empírico	
		Esquema de justificação analítico ou teórico	
		3. Que estratégias de resolução de problemas utilizam?	Estratégias de Resolução Vale e Pimentel (2004).
Fazer tentativas/ Fazer conjecturas			
Trabalhar do fim para o início			
Usar dedução lógica/ Fazer eliminação			
Reduzir a um problema mais simples/ Decomposição/ Simplificação			
Fazer uma simulação/ Fazer experimentação/ Fazer uma dramatização			
Fazer um desenho, diagrama, gráfico ou esquema			
Fazer uma lista organizada ou uma tabela			

Quadro 9- Categorização dos dados.

Calendarização

O presente estudo decorreu entre fevereiro e novembro de 2018, sendo transversal a três grandes fases: a de observação dos participantes e organização do estudo, a preparação e implementação das tarefas e a escrita do relatório.

No Quadro 10 apresenta-se a calendarização do estudo que clarifica o exposto até então:

Ações \ Datas		fev.18	mar.18	abr.18	mai.18	jun.18	jul.18	ago.18	set.18	out.18	nov.18
1.ª Fase	Observação do grupo										
	Revisão de literatura										
	Definição do problema e questões de investigação										
	Caracterização do contexto										
	Pedidos de autorização aos encarregados de educação										
2.ª Fase	Seleção e preparação das tarefas										
	Implementação das tarefas										
	Recolha de dados										
	Revisão de literatura										
	Metodologia										
3.ª Fase	Definição das categorias de análise										
	Análise dos dados										
	Conclusões										
	Escrita do relatório										

Quadro 10- Calendarização do estudo.

Na primeira fase – observação dos participantes e organização do estudo – desenvolvida ao longo das três primeiras semanas, foi possível conhecer-se a turma, bem como os seus comportamentos e atitudes, acrescentando algumas estratégias a adotar aquando das intervenções. Realizou-se ainda, a caracterização do contexto e uma breve revisão de literatura de forma a permitir uma escolha consciente acerca do tema, a definição do problema de investigação e suas questões orientadoras. O pedido de autorização aos Encarregados de Educação (EE) para a participação neste estudo foi também feito nesta fase.

A segunda fase – preparação e implementação das tarefas – decorreu durante as 10 semanas seguintes de implementação. Foram preparadas e implementadas, no total, seis tarefas. Procedeu-se, também, à recolha de outros dados, tais como, os questionários finais aos alunos, as entrevistas informais aos 6 casos específicos e os registos fotográficos e vídeos.

Na terceira e última fase – escrita do relatório – ao longo de cerca de 5 meses, concluiu-se a recolha bibliográfica, efetuou-se a análise dos dados recolhidos e a conclusão da redação do relatório.

APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DE RESULTADOS

Nesta secção apresentam-se, analisam-se e interpretam-se todos os resultados obtidos, a partir dos dados recolhidos ao longo deste estudo, numa organização que se pretendeu detalhada, com vista a responder às questões propostas inicialmente.

Os resultados são apresentados seguindo exatamente a linha do tempo em que as ações se sucederam, fornecendo-se, desta forma, uma visão mais completa e consciente de todo o processo de investigação. Assim, a secção inicia-se com a apresentação das tarefas, respostas, a sua análise e interpretação, seguindo-se uma exploração dos resultados obtidos nos inquéritos finais, através de questionários.

Para além das reações da turma, salienta-se a existência de seis casos-específicos que serão sempre analisados, sob um olhar mais profundo, na sequência do olhar geral sob a turma.

Tarefa n.º1- A Caminho do Zoo

Na apresentação da 1.ª tarefa, após lerem com atenção a questão proposta, os alunos mostraram-se intrigados relativamente à veracidade dos dados apresentados. No momento do esclarecimento, a investigadora optou por explicar que todos os desafios que seriam posteriormente apresentados, fariam, de alguma forma, parte da preparação da Visita de Estudo ao Jardim Zoológico da Maia. Permitir-lhes-iam conhecer determinados aspetos geográficos, como a localização e distância ao seu meio local, e também, aspetos da fauna que encontrariam, no dia da visita, naquele ecossistema específico. Aqui, o entusiasmo e curiosidade da turma por resolver esta tarefa, e as outras que se seguiriam, rapidamente cresceram.

Surgiram soluções diferenciadas para dar resposta a este problema introdutório que tinha apenas uma única forma de resolução. Foram onze os alunos que não demonstraram quaisquer dificuldades em chegar à resposta correta e em explicar de forma consciente e coerente o seu raciocínio, tal como se pode constatar pelo exemplo presente na Figura 2.

Handwritten calculations and text for Figure 2:

$$46 + 46 = 92 \text{ Km}$$

$$92 + 22,6 = 114,6 \text{ Km}$$

$$46 + 46 = 92$$

$$+ 22,6$$

$$\hline 114,6$$

Percorreram 114,6 Km porque, da tabuleta até à Ilha não são 46 Km e de Ilha até à tabuleta não mais 46 Km e já eram 92 Km e da tabuleta até Viana são 22,6 Km e deram-me 114,6 Km

Figura 2- Resposta apresentada pelo aluno T. na tarefa 1.

Contudo, oito alunos foram incapazes de elaborar um raciocínio correto e de chegar à conclusão pretendida. Após análise, depreende-se que as dificuldades encontradas se ficaram a dever, essencialmente, à falta de compreensão do enunciado, como se ilustra na Figura 3.

Handwritten calculations and text for Figure 3:

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

$$22,6 + 46 = 68,6 \text{ Km}$$

$$68,6 + 68,6 = 137,2 \text{ Km}$$

Resposta: Percorreram 137,2 Km

$$22,6 + 46 = 68,6$$

$$+ 68,6$$

$$\hline 137,2$$

Eu somei os quilómetros de Viana até Ilha e deu-me 68,6 Km depois soube que de Viana até Ilha é 68,6 Km, de Ilha até Viana também é 68,6 Km e depois somei os dois, que deu 137,2 Km

Figura 3- Resposta apresentada pelo aluno SS. na tarefa 1.

Seria de esperar que adotassem, quase que intuitivamente, a estratégia *Fazer um desenho, diagrama, gráfico ou esquema*, pois, de todas as estratégias disponíveis, seria a que mais facilitaria a compreensão do enunciado do problema. No entanto, esta estratégia não foi utilizada por qualquer aluno. Tal, deve-se, certamente, ao facto de os alunos não

terem como hábito a utilização deste tipo de estratégia e também, em grande parte, da impulsividade que, na maioria das vezes, os alunos revelam perante a presença de números num enunciado, partindo, quase que automaticamente, para a realização de operações matemáticas de modo aleatório.

Durante a exploração da tarefa em grande grupo usou-se um esquema para representar os dados do problema. Tal como se ilustra na Figura 4.

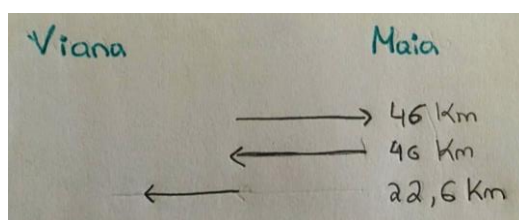


Figura 4- Exemplo de esquema apresentado pela investigadora durante a exploração da tarefa 1.

O raciocínio utilizado foi, maioritariamente, o raciocínio aditivo (Soutinho, 2015), como se pode visualizar na Figura 5, sendo que, os alunos que não o utilizaram foram, consequentemente, os que não tiveram sucesso na resolução do problema. Tal é visível na Figura 6.

Figura 5- Exemplo de um raciocínio aditivo apresentado pelo aluno J. na tarefa 1.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

$$46 \times 22,6 = 2396$$

$$\begin{array}{r} 22,6 \\ 46 \times 22,6 \\ \hline 7356 \\ +1040 \\ \hline 2396 \end{array}$$

Eu pensei que se multiplicava-se 22,6 por 46 dá-se 2396 porque, eram os percursos da viagem.

Figura 6- Exemplo de um raciocínio multiplicativo apresentado pela aluna LP. na tarefa 1.

Relativamente às representações, as respostas dos alunos basearam-se, essencialmente, em representações simbólicas, trabalhando com algarismos, sinais das operações e o sinal de igual (Ponte & Serrazina, 2000). Tal ilustra-se na Figura 7.

$$46 + 46 + 22,6 = 114,6 \text{ km}$$

$$\begin{array}{r} 46 \\ 46 \\ +22,6 \\ \hline 114,6 \end{array}$$

Figura 7- Exemplo de uma representação simbólica apresentada pelo aluno G. na tarefa 1.

Esta, tratava-se de uma tarefa que requeria o envolvimento de raciocínios elaborados e de uma série de operações mentais mais rigorosas e lógicas, aspetos estes, tão característicos dos esquemas de justificação analítico ou teórico.

Focando os seis casos-específicos é de salientar que cinco resolveram a tarefa sem apresentar qualquer dificuldade, recorrendo unicamente a cálculos. Um outro caso-específico, embora se tenha precipitado e respondido erradamente, como se ilustra na Figura 8, quando confrontado com o seu trabalho, num momento de conversa informal, rapidamente assumiu o erro e procurou corrigi-lo, como é possível verificar-se na transcrição apresentada de seguida.

Aluna LA: Eu comecei por fazer $46 - 22,6 \text{ km}$ que me deu $23,4 \text{ km}$. De seguida, somei a esse valor os 46 que faltavam, o que me deu $69,4 \text{ km}$. Mas depois estive a pensar a melhor e não fiz isto bem, devia ter posto (somado) logo os 46 km que ainda íamos fazer até ao Zoo mais os 46 km para voltarmos até à placa, mais os $22,6 \text{ km}$ para Viana.

Handwritten work by student LA:

$$46 - 22,6 = 23,4 \text{ Km}$$

$$23,4 + 46 = 69,4 \text{ Km}$$

$$\begin{array}{r} 46 \text{ (1)} \\ - 22,6 \\ \hline 23,4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 23,4 \\ + 46,0 \\ \hline 69,4 \end{array}$$

R: Eu comecei por subtrair os quilômetros que eles já tinham percorrido aos quilômetros todos e deu-me 23,4, depois juntei a esse resultado o caminho todo de volta e deu-me 69,4.

Figura 8- Resposta apresentada pela aluna LA. na tarefa 1.

A nível do raciocínio, os seis casos-específicos, à semelhança dos restantes elementos da turma, evocaram um raciocínio aditivo com representações simbólicas.

Quanto aos esquemas de justificação utilizados, foram igualmente, esquemas de justificação analítico ou teóricos.

Síntese:

Nesta tarefa, o raciocínio privilegiado foi o raciocínio aditivo, pois a adição e a subtração foram as operações chave que permitiram chegar à solução. Quanto ao tipo de representação, todos os alunos recorreram a uma representação simbólica.

Relativamente aos esquemas de justificação, centraram-se no analítico ou teórico, envolvendo raciocínios mais elaborados e uma série de operações mentais mais rigorosas e lógicas (Fonseca, 2004).

A turma acabou por não utilizar nenhuma das estratégias de resolução definidas em Vale e Pimentel (2004), pois o esquema necessário para a resolução da tarefa parece ter sido de fácil concretização mental para a maioria dos elementos da turma. Contudo, se os oito elementos que erraram tivessem posto em prática esta estratégia, provavelmente tinham tido sucesso na realização da tarefa. Para estes alunos do 4.º ano o problema apresentado é um problema de vários passos e, talvez por isso, não tenham recorrido a qualquer estratégia definida em Vale e Pimentel (2004).

Tarefa n.º2- Descobrimos as Piranhas

Junto com a 2.ª tarefa surgiu a primeira carta mistério em anexo 5. Mesmo antes de lerem o enunciado do problema, já a maioria dos alunos tinha raspado a carta de modo a identificar o animal escondido. Após esta, tão importante, familiarização com o animal, foi notório que os alunos partiram para a resolução da tarefa entusiasmados e sem reivindicar tratar-se de uma tarefa matemática o que, por norma, gerava um certo desconforto a um grupo significativo de alunos.

Todos resolveram a tarefa propondo-se e procurando dar o seu melhor. Foram dezassete os alunos que o fizeram com sucesso, sendo que, para tal, valeram-se de formas de resolução bastante variadas.

A resolução privilegiada pela maioria dos alunos – concretamente nove, caracteriza-se pela realização de divisões sucessivas, onde o dividendo ia variando entre 20 e 40 e, o divisor ia, para cada um desses números, alternando entre 3 e 5, de modo a respeitar as condições do problema. Assim, os alunos efetuavam divisões até encontrarem um número comum aos dois divisores, cujo algoritmo desse resto zero. Tal torna-se visível através da Figura 9.

The image shows handwritten mathematical work on a piece of paper. On the left side, there is a circled number '3' above two division problems. The first problem is $25 \div 3$, with a quotient of 8 and a remainder of 1. The second problem is $30 \div 3$, with a quotient of 10 and a remainder of 0. On the right side, there is a circled number '5' above two division problems. The first problem is $25 \div 5$, with a quotient of 5 and a remainder of 0. The second problem is $30 \div 5$, with a quotient of 6 and a remainder of 0.

Figura 9- Resposta apresentada pelo aluno T. na tarefa 2.

O raciocínio utilizado por estes alunos, foi o raciocínio multiplicativo (Soutinho, 2015), uma vez que os alunos manipularam duas variáveis numa relação fixa entre si. Relativamente às representações, as respostas basearam-se em representações simbólicas, pois envolviam algarismos, sinais das operações e o sinal de igual (Ponte & Serrazina, 2000). Estes alunos, numa primeira fase, foram fazendo experimentação, característica evidente dos esquemas de justificação empíricos; contudo, acabaram por chegar a uma determinada conclusão, evocando para tal, raciocínios mais elaborados, característicos dos esquemas de justificação analítico ou teórico. As estratégias de

resolução de problemas utilizadas recaem sobre o *Fazer tentativas* e o *Usar dedução lógica*. Tal torna-se evidente na Figura 10.

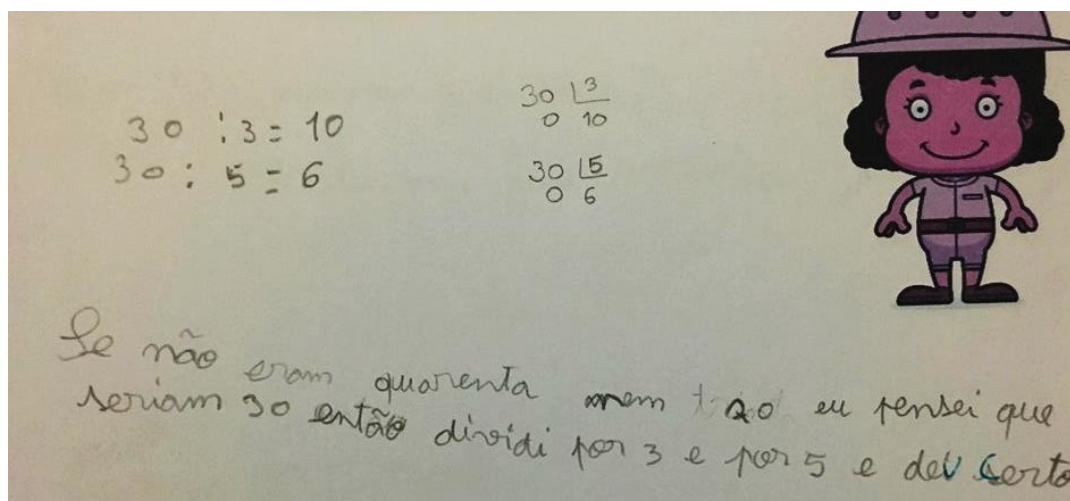


Figura 10- Exemplo das estratégias apresentadas pela aluna G. na tarefa 2.

Segue-se uma outra resolução, adotada por sete alunos, que coloca em prática o conceito de múltiplo comum. Embora os sete o tenham utilizado, nem todos o fizeram de forma totalmente consciente, tal como é possível visualizar através da Figura 11, que mostra a resolução de um aluno sem a utilização da designação desse conceito, e da Figura 12, que mostra a resolução de um aluno que utiliza prontamente a designação de múltiplo comum.

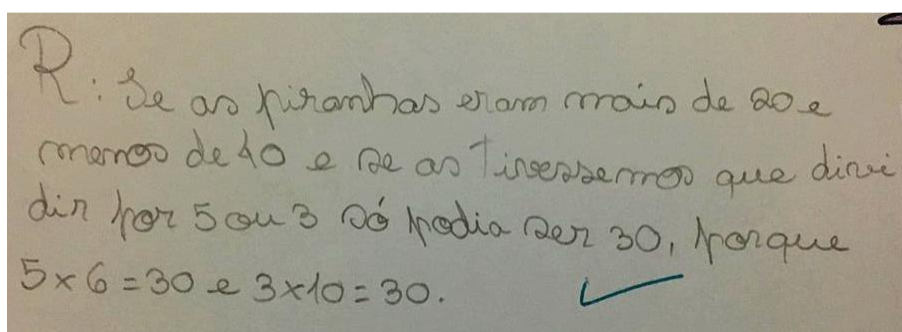


Figura 11- Exemplo de resposta sem a utilização do conceito, apresentada pela aluna LA. na tarefa 2.

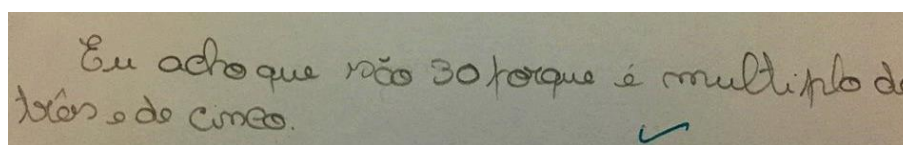


Figura 12- Exemplo de resposta com a utilização do conceito, apresentada pela aluna L. na tarefa 2.

O raciocínio utilizado nesta resolução é o dedutivo pois a evocação de conhecimentos já existentes é a chave para o sucesso e, a sua representação é, essencialmente, simbólica, dada a sua envolvência com algarismos.

A nível dos esquemas de justificação esta resolução privilegia os esquemas de justificação analítico ou teórico, uma vez que, se efetuam uma série de deduções lógicas. Assim, a estratégia de resolução aqui adotada não poderia ser outra se não a de *Usar dedução lógica*. Tal é visível na Figura 13.

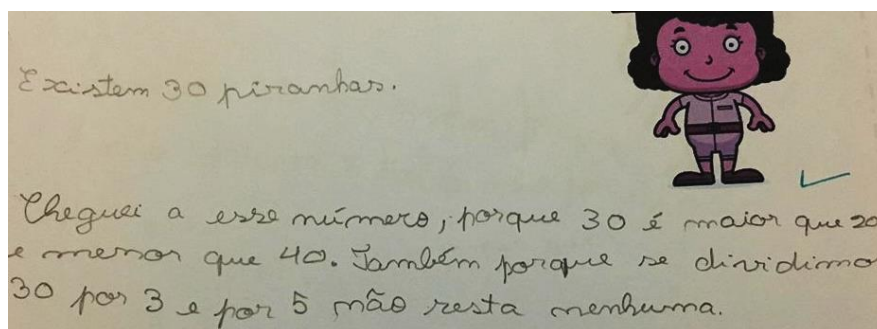


Figura 13- Exemplo de resposta apresentada pela aluna I. na tarefa 2.

Por último, apresenta-se uma resolução inusitada, utilizada apenas por um aluno, que se traduz na tentativa de ir formando vários agrupamentos de três e de cinco elementos até que o número entre eles coincida e respeite as condições do problema (>20 e <40). Esta resolução parte da experimentação e do desenho, aspetos tão característicos do raciocínio indutivo e da representação icónica, respetivamente.

No que aos esquemas de justificação diz respeito, assenta no analítico ou teórico envolvendo raciocínios cada vez mais elaborados e deduções lógicas.

A estratégia que se sobressai é a de *Fazer tentativas*.

Tudo isto torna-se evidente através da análise da Figura 14.

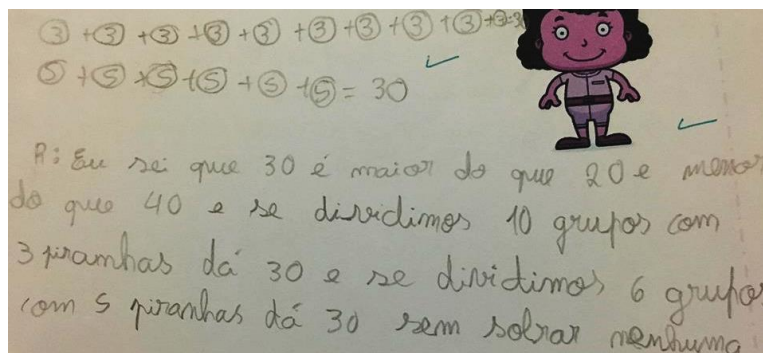


Figura 14- Resposta apresentada pelo aluno R. na tarefa 2.

Salienta-se ainda que, apenas dois alunos não resolveram a tarefa com sucesso. Estes, embora tendo lido o enunciado com atenção, pois até sublinharam as condições do problema, demonstraram não ter o compreendido, pois não foram capazes de ver que a solução encontrada, não respeitava as condições impostas. Um exemplo ilustrativo desta situação encontra-se na Figura 15.

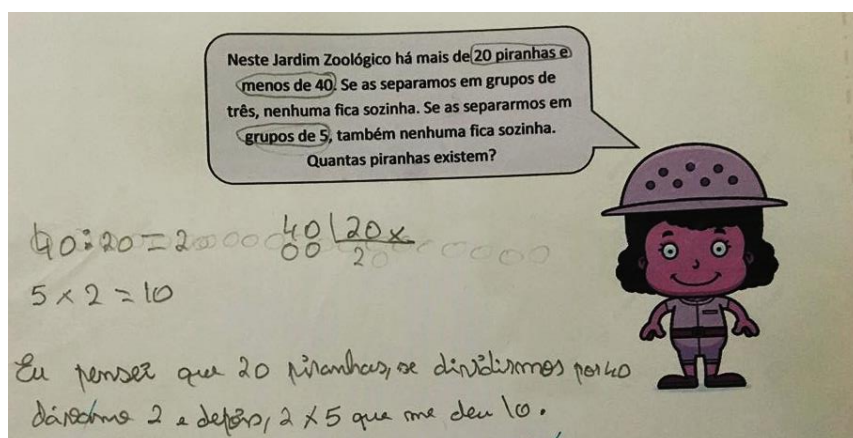


Figura 15- Resposta apresentada pela aluna LP. na tarefa 2.

Focando os seis casos-específicos é de salientar que cinco resolveram a tarefa recorrendo à evocação do conceito de múltiplo comum, tendo-o bem presente e interiorizado. Tal é possível verificar-se através das transcrições apresentadas de seguida.

Aluna L: Eu procurei um múltiplo de 5 e de 3 e encontrei o 30, pois tinha de ser maior que 20 e menor que 40.

Aluna I: Cheguei a este resultado porque se dividirmos 30 por 5 e por 3 não resta nada, ou seja, nenhum fica sozinho. E 30 também é menor que 40 e maior que 20.

Investigadora: Mas pegaste no 30 porquê?

Aluna I: Fui ver à tabuada do 3 e do 5 um número que estivesse entre 20 e 40 e que aparecesse nas duas. E pronto, encontrei o 30.

Aluno G: 30 porque é o múltiplo comum entre 3 e 5 que está entre 20 e 40.

Aluna LA: Se o número de piranhas era menor de 40 e maior de 20, o único número que poderia dar era o 30. Pois no enunciado também diz que se as dividíssemos por grupos de 3 e de 5 nenhuma ficava sozinha. Assim, se dividíssemos por grupos de 3 tínhamos 10 grupos e, se dividíssemos por grupos de 5, tínhamos 6 grupos.

Aluno J: Fui à tabuada do 3 e do 5 e vi o número que estava em ambas e era o 30.

O outro aluno-caso apresentou uma proposta de resolução mais invulgar e criativa, sendo que foi o único a resolver a tarefa através da formação de agrupamentos. Apesar de, inicialmente, mais nenhum aluno se debruçar sobre esta hipótese, num momento de conversa informal, quando confrontados com a possibilidade de resolverem a tarefa de uma outra forma, três alunos foram capazes de descrever este modo de resolução, como se pode verificar nas transcrições que se seguem.

Investigadora: E se tivesses de resolver o problema de outra forma? Conseguias?

Aluno G: Se calhar ia desenhando vários grupinhos.

Investigadora: E se tivesses de resolver o problema de outra forma?

Aluna L: Podia ter desenhado vários grupos de 3 e de 5 até terem o mesmo número de elementos. Ia dar 30 na mesma.

Investigadora: Ok. E se tivesses de resolver de outra forma?

Aluno J: Desenhava grupos de 3 e de 5, ia dar 6 grupos de 5 e 10 de 3, até os dois terem o mesmo numero de elementos totais, 30.

Os restantes alunos-caso não foram capazes de encontrar um outro modo de resolução, referindo exatamente isso:

Investigadora: Será que poderias ter resolvido a tarefa de outra forma?

Aluna I: Acho que não, não sei como resolveria de outra forma.

Investigadora: Será que poderias ter resolvido a tarefa de outra forma?

Aluna LA: Não, desta é mais fácil.

Síntese:

Nesta tarefa, o raciocínio privilegiado foi o raciocínio multiplicativo, pois na maioria dos casos, a divisão foi a operação chave que permitiu chegar à solução. Seguindo-se um raciocínio dedutivo, utilizado por um menor número de alunos que se mostraram capazes de evocar conhecimentos adquiridos anteriormente. Por fim, um raciocínio indutivo, utilizado por um aluno que recorreu à experimentação.

Quanto ao tipo de representação, todos os alunos recorreram a uma representação simbólica, à exceção do aluno do último caso apresentado que recorreu a uma representação icónica.

Relativamente aos esquemas de justificação, centraram-se, essencialmente, no analítico ou teórico, pois, de alguma forma, todas as hipóteses envolveram raciocínios mais elaborados e uma série de operações mentais mais rigorosas e lógicas (Fonseca, 2004).

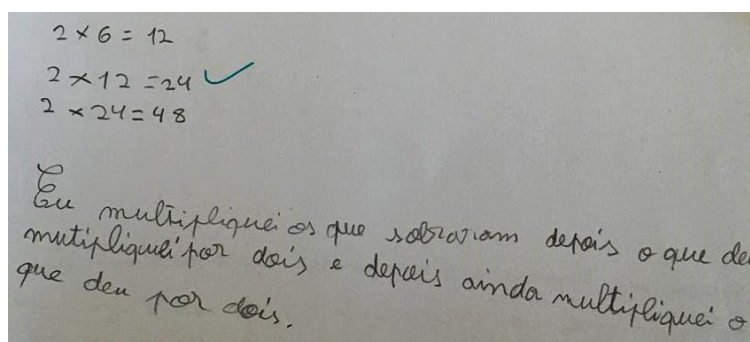
As estratégias de resolução adotadas foram, sobretudo, as de *Usar dedução lógica* e *Fazer tentativas* tal como se pode verificar, por exemplo, através da Figura 9, apresentada anteriormente.

Tarefa n.º3- Descobrindo os Mandris

No momento da entrega da 3.ª tarefa muitos foram os alunos que perguntaram pela carta mistério do novo animal – o Mandril, revelando o seu contínuo e gradual interesse pela descoberta de aspetos da fauna do ecossistema do Jardim Zoológico a visitar. Assim, e após a entrega da tarefa, a investigadora acabou por facultar, logo de seguida, a tão esperada carta mistério em anexo 6. Toda a turma partiu para a resolução da tarefa envolvendo-se inteiramente neste processo.

Foram quinze os alunos que o fizeram com sucesso, sendo que, para tal, valeram-se de formas de resolução bastante diversificadas.

A resolução mais prevalente, tendo sido utilizada por onze alunos, caracteriza-se pelo cálculo de dobros. Partindo do valor final exposto no enunciado, os alunos foram refazendo os passos do problema, multiplicando por dois, sempre que no enunciado se referia o conceito de metade, visto estarem a trabalhar do fim para o início. Tal é visível na Figura 16.



Handwritten work by student G. showing the calculation of doubles to solve a problem. The calculations are:

$$\begin{aligned} 2 \times 6 &= 12 \\ 2 \times 12 &= 24 \quad \checkmark \\ 2 \times 24 &= 48 \end{aligned}$$

Below the calculations, the student explains the process in Portuguese:

Eu multipliquei os que sobraram depois o que deu multipliquei por dois e depois ainda multipliquei o que deu por dois.

Figura 16- Resposta apresentada pela aluna G. na tarefa 3.

Uma resolução próxima da anterior, mas, de alguma forma, distinta, pois a linha de raciocínio não é totalmente perceptível, apresenta-se na Figura 17. A partir da análise desta, entende-se que a referência aos três mandris se comporta nos três fatores iguais a dois, visto que cada mandril escondeu/comeu sempre metade dos biscoitos existentes. Esta resolução foi apresentada por dois alunos.

$$6 \times 2 \times 2 \times 2 = 48 \checkmark$$

Eu multipliquei os biscoitos que sobraram pelos 3 mandris e deu-me 48. ✓

Figura 17- Resposta apresentada pelo aluno A. na tarefa 3.

O raciocínio presente nestas resoluções, é o raciocínio multiplicativo (Soutinho, 2015) com representações simbólicas (Ponte & Serrazina, 2000). Estes alunos, foram efetuando deduções lógicas e raciocínios cada vez mais elaborados para chegarem a uma determinada conclusão, aspetos tão característicos dos esquemas de justificação analítico ou teórico. Assim, torna-se evidente que as estratégias de resolução de problemas até aqui utilizadas recaem sobre *Usar dedução lógica* e *Trabalhar do fim para o início*.

Uma outra forma de resolução encontrada, foi apresentada por dois alunos. E, apesar de correta, torna claro que, muito provavelmente, estes alunos não têm ainda enraizado o conceito de dobro associado à multiplicação. Assim, estes alunos efetuaram os dobros necessários à resolução do problema, mas adicionando duas parcelas iguais, como se pode observar através da análise da Figura 18.

$$\begin{aligned} 6 + 6 &= 12 \\ 12 + 12 &= 24 \checkmark \\ 24 + 24 &= 48 \end{aligned}$$

Teriamos 48 bolachas na caixa, porque o terceiro tirou 6 e eram 12, o segundo tirou os outros 12 juntou-os e eram 24 e o primeiro tirou 24 biscoitos por isso juntou os 24 com os 24 que o primeiro mandril tirou e ficou -me 48 biscoitos. ✓

Figura 18- Resposta apresentada pelo aluno T. na tarefa 3.

Esta resolução envolve o raciocínio aditivo, sendo a operação da adição a chave para a resolução do problema. Dada a sua envolvimento, óbvia, com os Algarismos, a representação não poderia ser outra se não uma representação simbólica.

A nível dos esquemas de justificação, esta tratava-se de uma tarefa que requeria o envolvimento de raciocínios cada vez mais elaborados e de uma série de operações mentais mais rigorosas e lógicas, próprios dos esquemas de justificação analítico ou teórico.

À semelhança do modo de resolução anterior, também neste se utilizaram as estratégias de *Usar dedução lógica* e de *Trabalhar do fim para o início*.

Salienta-se ainda que, quatro alunos não foram capazes de realizar a tarefa com sucesso. Três destes, demonstraram não ter compreendido totalmente o enunciado, pois foram manipulando números sem respeitar o propósito esperado. Tal como se pode ver na Figura 19.

Handwritten work on a piece of paper. At the top, three calculations are written: $2 \times 2 = 4$, $4 - 2 = 2$, and $6 \times 2 = 12$. To the right of these calculations is a large green 'X'. Below the calculations, there is a handwritten story problem in Portuguese: "Eu pensei que dois mandal teriam metade e ficaram 6 e veio outro mandal e comeu a metade que sobrou. Sobra 12 biscoitos." To the right of this text is another large green 'X'.

Figura 19- Resposta apresentada pela aluna LP. na tarefa 3.

Um outro, influenciado pela resposta de uma colega, realizou os cálculos necessários para chegar ao valor correto. Esta situação compreende-se melhor através da transcrição que se segue de parte da conversa informal tida com o aluno após a investigadora constatar o seu trabalho escrito.

Investigadora: Consegues explicar como resolveste o problema?

Aluno M: Eu sabia que ia dar 48 e fui fazendo os cálculos para chegar aí.

Investigadora: Mas como é que sabias logo de início que a solução era 48?

Aluno M: Porque era o que tinha dado à G. e como eu não sabia como fazer por isso tentei assim.

Este pequeno excerto revela, claramente, a utilização de um esquema de justificação por convicção externa, dada a confiança que o aluno deposita no trabalho da sua colega.

Focando os seis casos-específicos é de salientar que cinco resolveram a tarefa sem apresentar qualquer dificuldade, quatro recorrendo ao primeiro modo de resolução apresentado, sendo também este o mais esperado, dada a sua envolvência com a associação do dobro a duas vezes e, um, recorrendo ao terceiro modo de resolução apresentado, privilegiando o raciocínio aditivo. Em qualquer um dos casos, todos foram perfeitamente capazes de justificar as suas opções e de comprovar que teriam de estar corretas, como é possível verificar-se nas transcrições seguintes.

Aluna LA: Eu parti do fim. Como tinham sobrado 6, eu multipliquei 6 por 2 que deu 12. Depois peguei no 12 e multipliquei por 2 que me deu 24. De seguida multipliquei 24 por 2 que me deu 48 biscoitos que havia inicialmente, os 48.

Investigadora: Como é que tens a certeza que está correto?

Aluna LA: Porque se fizéssemos $48:2$ dava 24. Chegava outro mandril e tirava metade $24:2$. Chegava outro e levava outra metade $12:2$ que sobrava os 6.

Aluno G: Somei $6+6$ porque se sobram 6, tínhamos de fazer o dobro de 6, e deu 12. Depois somei $12+12$ porque era a outra metade. Por fim somei os $24+24$ que me deu os 48 que havia inicialmente.

Investigadora: Como é que podes ter a certeza que está correto?

Aluno G: Se comesse em 48, o primeiro tirava metade, logo 24. O segundo outra metade, 12. O último mais outra metade, 6. E sobraram os 6 por isso está certo.

Estes dois alunos-caso garantiram a certeza dos seus raciocínios verificando a adequação da resposta encontrada.

O outro caso-específico em falta, embora se tenha precipitado e respondido erradamente, como se ilustra na Figura 20, num momento de conversa informal, rápida e autonomamente reconheceu o seu erro e procurou corrigi-lo, revelando fortes capacidades metacognitivas, como é possível verificar-se na transcrição apresentada de seguida.

Aluno R: Eu fui buscar os 6 biscoitos que sobraram e depois juntei mais 6, que era a metade do que os mandris comeram, deu-me 12. Aos 12 juntei mais 6 e deu-me 18. E aos 18 juntei outros 6, mas eu sei que tenho isso mal. Estive a pensar no intervalo e acho que era: tinha de fazer 2×6 que era o que o que um mandril comeu e o outro também, depois tinha de multiplicar outra vez 12×2 que me dava 24 e depois o 24×2 outra vez que me dava 48. Assim

já estava certo porque se dividisse o 48 por 2 dava 24, 24:2 dava 12 e os 12:2 dava os 6 que sobrava.

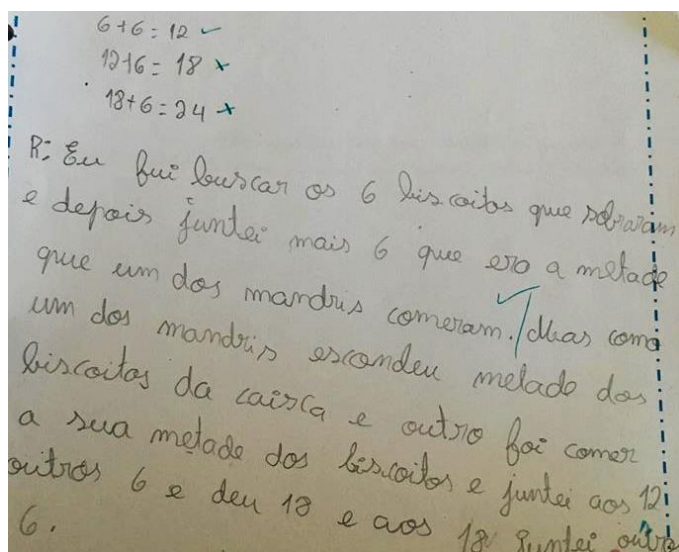


Figura 20- Resposta apresentada pelo aluno R. na tarefa 3.

Síntese:

Nesta tarefa, o raciocínio privilegiado foi o raciocínio multiplicativo, pois na maioria dos casos, a multiplicação foi a operação chave que permitiu chegar à solução. Seguindo-se um raciocínio aditivo, utilizado por um menor número de alunos que demonstraram a partir desta utilização, não compreender, totalmente, o conceito de dobro como duas vezes.

Quanto ao tipo de representação, todos os alunos recorreram a uma representação simbólica, mostrando-se inteiramente à vontade com a manipulação de algarismos e operações, mesmo que, por vezes, o façam quase que de forma automática e sem significado.

Relativamente aos esquemas de justificação, centraram-se, essencialmente, no analítico ou teórico, pois, de alguma forma, todas as hipóteses envolveram raciocínios mais elaborados e uma série de operações mentais mais rigorosas e lógicas (Fonseca, 2004).

As estratégias de resolução adotadas foram, sobretudo, as de *Usar dedução lógica* e *Trabalhar do fim para o início*, tal como se pode verificar pelas Figuras 16, 17 e 18, apresentadas anteriormente.

Tarefa n.º4- Descobrindo o Chital, o Caimão e o Pato Mandarin

Esta tarefa apresentou-se um pouco diferente das restantes, quer na forma, quer no conteúdo. Os alunos perceberam-no de imediato, quando a investigadora lhes leu o enunciado para garantir a sua compreensão.

Após desvendarem as cartas mistério, em anexo 7, e descobrirem os três novos animais envolvidos – o Chital, o Caimão e o Pato Mandarin, tornou-se evidente a desorientação de grande parte dos alunos perante esta tarefa. Acredita-se que a origem de tal desorientação se poderá dever à débil convivência dos alunos com tarefas deste género. Apesar de compreenderem o que lhes era pedido, havia uma certa hesitação em começar a listar as soluções. Precisaram de um pouco de tempo para lerem e relerem a tarefa, em procura, certamente, de uma estratégia que facilitasse a organização da listagem. Só então, é que toda a turma partiu para a resolução concreta da tarefa.

O envolvimento dos alunos e o grau de desafio foi tal, que o tempo de resolução excedeu em dobro o esperado. Contudo, os trabalhos apresentados foram bastante satisfatórios. Todos se mostraram capazes de resolver um problema desta natureza, sendo que, para tal, encontraram diferentes formas de o fazer.

A resolução mais recorrente, utilizada por catorze alunos, traduziu-se na concretização de uma lista seccionada com as diferentes partes dos animais na qual, estas, iam sendo alternadas com o fim de se criar um novo animal, fosse este real ou de fantasia. O grande problema aqui encontrado, é exatamente esse, a forma como essas mesmas partes iam sendo alternadas. Se por um lado, temos seis alunos que o fizeram de forma organizada e lógica, de modo a listarem todas as opções; por outro, temos oito alunos que o fizeram de forma espontânea e aleatória sem seguir qualquer linha de pensamento lógico, acabando por se perder sem chegar ao final da sua listagem. Tal é possível observar-se através da Figura 21 e da Figura 22, respetivamente.

cabeça	chital	chital	chital	chital	chital	chital	chital	chital	chital	chital
tronco	chital	chital	caimão	pato	caimão	pato	pato	caimão	chital	chital
traseira	caimão	pato	chital	chital	pato	caimão	pato	pato	caimão	chital

cabeça	caimão	caimão	caimão	caimão	caimão	caimão	caimão	caimão	caimão	caimão
tronco	caimão	caimão	chital	pato	chital	pato	chital	chital	pato	caimão
traseira	chital	pato	caimão	caimão	pato	chital	chital	pato	pato	caimão

cabeça	pato	pato	pato	pato	pato	pato	pato	pato	pato	pato
tronco	pato	pato	chital	caimão	chital	caimão	chital	chital	caimão	pato
traseira	chital	caimão	pato	pato	caimão	chital	chital	caimão	pato	pato

Encontrei 3 animais reais e 24 de fantasia, fiz isto juntando uma cabeça com um tronco de outro animal e uma traseira de outro animal sempre assim e deu-me 27 animais

Figura 21- Resposta apresentada pelo aluno T. na tarefa 4.

chital	caimão	pato mandarim
cabeça chital corpo caimão rabo pato mandarim	cabeça caimão corpo pato mandarim rabo chital	cabeça pato mandarim corpo chital rabo caimão
cabeça chital rabo caimão corpo pato	cabeça caimão corpo chital rabo pato	cabeça pato mandarim corpo caimão rabo chital

Eu fui juntando as cabeças, as caudas e os corpos,
Encontrei 9 animais.

Figura 22- Resposta apresentada pela aluna G. na tarefa 4.

Esta resolução envolve um raciocínio indutivo, baseado, essencialmente, na observação e na experimentação de factos. Dada a utilização de figuras, gráficos e diagramas (Ponte & Serrazina, 2000), a representação apresenta-se como icónica.

A nível dos esquemas de justificação, valorizam-se as justificações provenientes de exemplos concretos e, portanto, os esquemas de justificação empíricos. Sendo que, nos casos em que os alunos conseguem listar todas as soluções de forma organizada, também se envolvem raciocínios mais elaborados e uma série de operações mentais mais rigorosas e lógicas, próprias dos esquemas de justificação analítico ou teórico. Nota-se o procedimento organizado como a condição necessária à certeza na resposta encontrada.

A estratégia utilizada por estes alunos, torna-se óbvia, sendo a de *Fazer uma lista organizada ou tabela*.

Uma outra forma de resolução encontrada, foi apresentada por três alunos. E, apesar de válida, dificultava bastante a organização do pensamento, porque, recaía sobre desenhar todas as hipóteses. Os alunos tinham não só que se preocupar com a organização do seu pensamento como do seu trabalho escrito. Exemplo disto é a Figura 23.

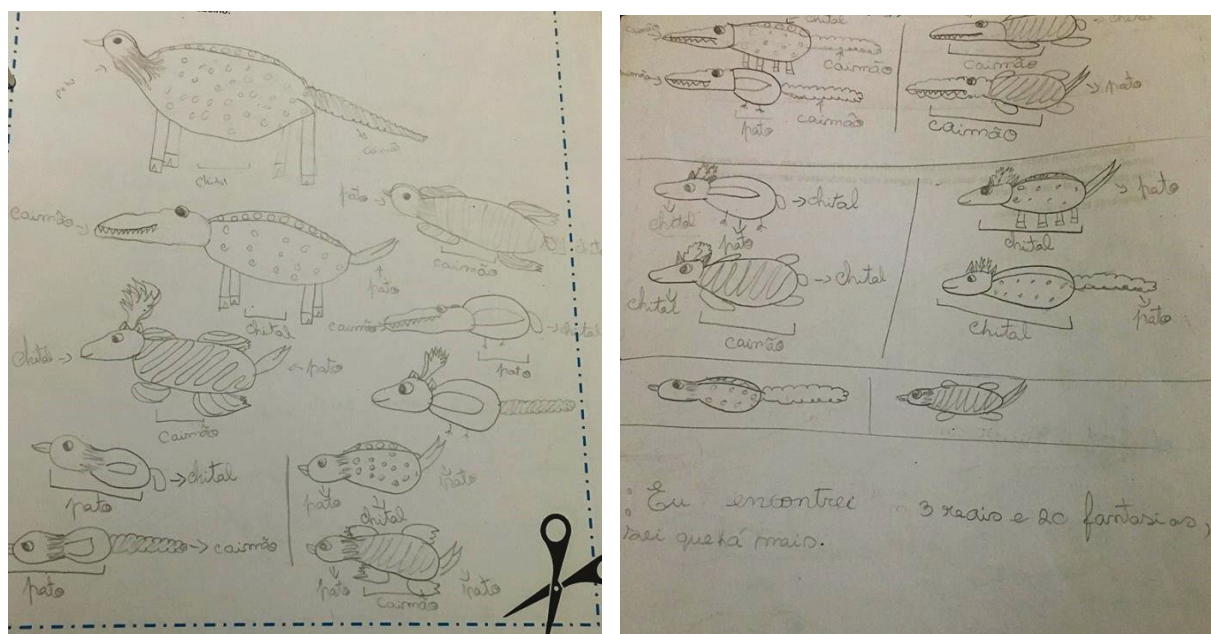


Figura 23- Resposta apresentada pela aluna LA. na tarefa 4.

Nesta resolução, o raciocínio apresentado, a sua representação e os esquemas de justificação dos alunos são, os mesmos da resolução anterior. Evidencia-se apenas,

diferenças a nível da estratégia de resolução utilizada, sendo aqui, esta, a de *Fazer um desenho, diagrama, gráfico ou esquema*.

Por último, surge uma resolução em tudo semelhante à anterior, mas que, de alguma forma, merece destaque por si só, devido à exigência de abstração e à organização seguida que envolve todo este procedimento, ilustrado na Figura 24. Esta aluna recorreu ao produto cartesiano A^3 , onde $A = \{\text{Mandarim, Chital, Caimão}\}$.

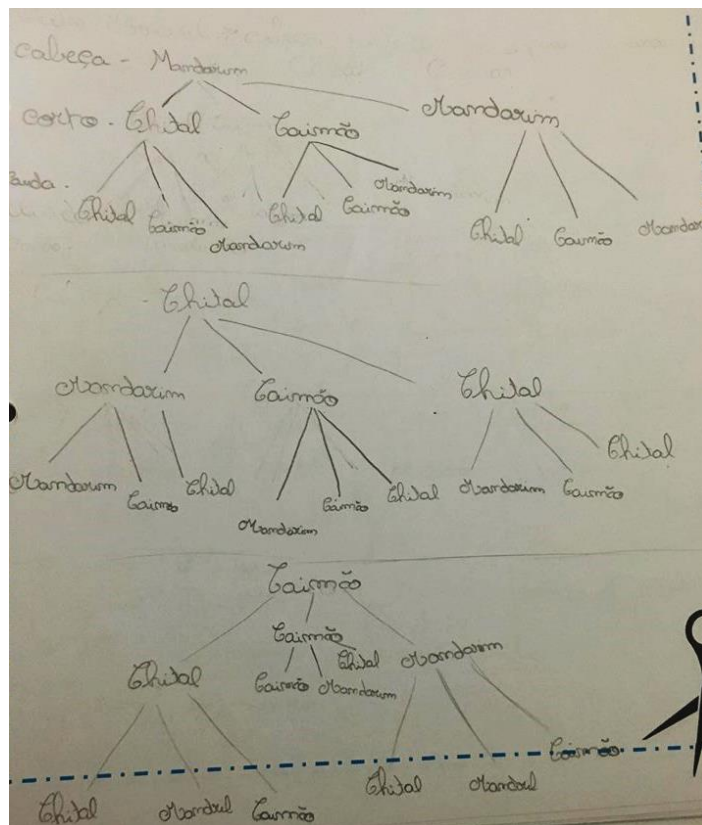


Figura 24- Resposta apresentada pela aluna L. na tarefa 4.

Focando os seis casos-específicos é de salientar que todos resolveram a tarefa sem apresentar grandes dificuldades e listando todas as soluções. Quatro recorrendo ao primeiro modo de resolução apresentado, tendo sido cuidadosos e organizados. Destes quatro, é importante referir que três, iniciaram a listagem fixando uma das variáveis, sendo que, quando todas as possibilidades para aquela variável tinham sido esgotadas, fixavam a segunda e, por fim, a terceira. Como se pode observar através da Figura 25. Ressalta-se ainda que, embora fosse esperado pela investigadora, que após encontrar todas as

Aluno G: Encontrei 24 animais de fantasia mais os 3 reais. Comecei por juntar a cabeça de um animal com o tronco de outro e a parte de trás de outro.

Investigadora: Como é que sabes que tens os animais todos?

Aluno G: Porque para não me perder vi as hipóteses todas para a cabeça do pato mandarim, quando já estavam todas, fui ver as do chital e depois as do caimão.

Investigadora: Será que não podias ter simplificado um pouco essa resolução?

Aluno G: Sim...

Investigadora: Como?

Aluno G: Oh como eram todas iguais se calhar podia ter feito logo 3×9 e dava os 27 animais na mesma.

Apresenta todo o teu trabalho.

calor M M M M M M M M M
 tronco CH CA CA CH M CH M CA M
 Amarelo CA CH CA CH CH M CA M M

M = maculagem
 CA = calmar
 CH = chit

CH	CH	CH	CH	CH	CH	CH	CH	CH
M	CA	M	CA	CH	M	CH	CA	CH
CA	M	M	CA	M	CH	CA	CH	CH
CA	CA	CA	CA	CA	CA	CA	CA	CA
CH	M	CH	M	CA	M	CA	CH	CA
M	CH	CH	M	M	CA	CH	CA	CA

E, um, organizou a sua listagem de uma forma totalmente diferente. Primeiro, listou os animais reais, de seguida procurou os animais de fantasia sem que nenhuma das suas partes se repetisse, por exemplo cabeça de Caimão - tronco de Chital - parte traseira de Pato Mandarin, e por fim, foi em busca dos animais de fantasia com repetições, por exemplo cabeça de Caimão - tronco de Chital - parte traseira de Caimão. Tal torna-se mais perceptível através da análise da Figura 26 e da transcrição que se segue.

Aluno R: Eu fui sempre juntando a cabeça de um animal com o tronco de outro e com o traseiro de outro e deu-me muitos já. Mas ainda havia outra maneira, que era juntar a cabeça e o traseiro de um com o tronco de outro, ou juntar a cabeça e o tronco de um com o traseiro de outro, ou juntar o tronco e o traseiro de um com a cabeça de outro. Fora esses, ainda existem os 3 animais reais. Ao todo encontrei 27 animais.

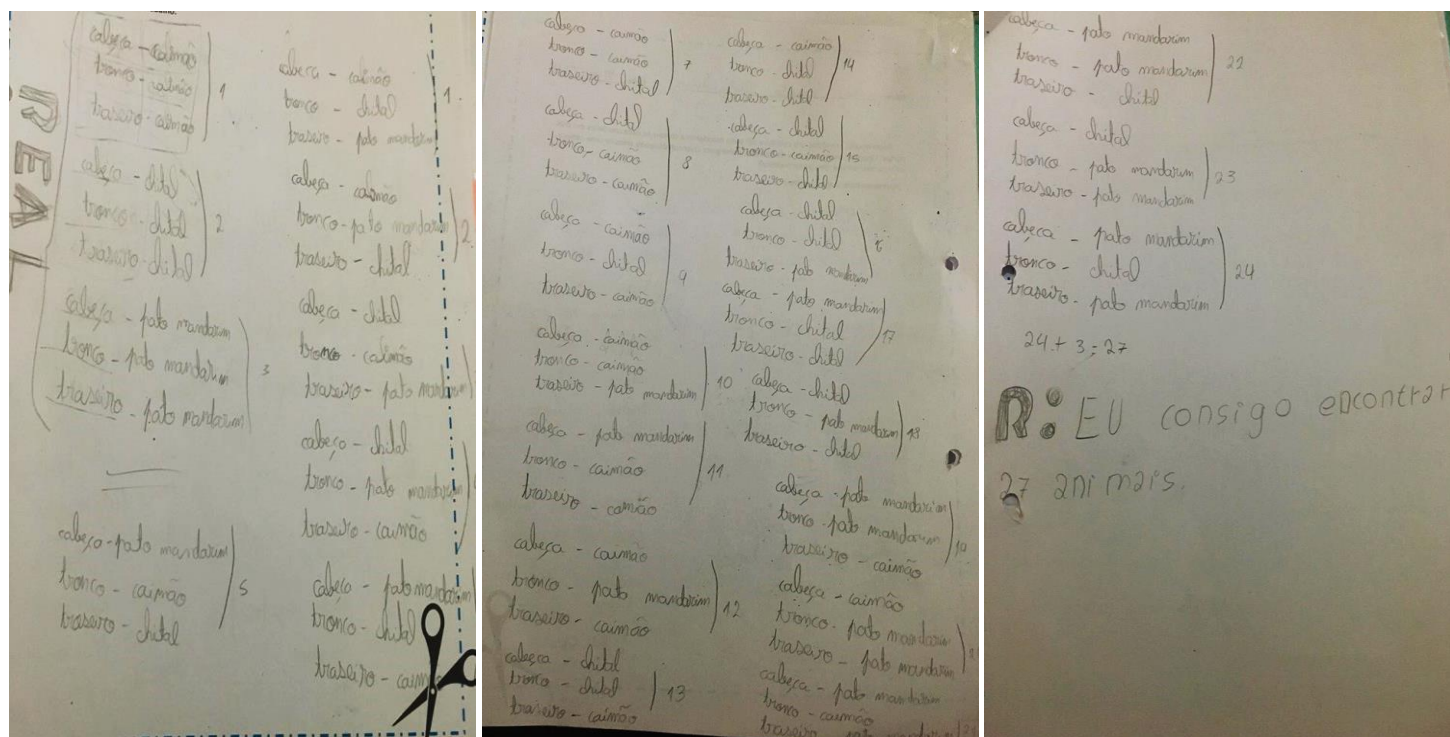


Figura 26- Resposta apresentada pelo aluno R. na tarefa 4.

O aluno R. fez todos os arranjos possíveis e foi organizado, tendo por isso, a certeza de que o seu trabalho estava completo.

Os outros dois casos-específicos, incluídos no segundo modo de resolução apresentado anteriormente, trabalharam seguindo uma mesma estratégia de resolução, fazendo um desenho ou esquema. A aluna LA. procurou desenhar todas as soluções, organizando o seu trabalho tal como o aluno R., sendo que não o conseguiu apenas por uma questão de tempo, tal como ela explica de seguida:

Aluna LA: Eu fui desenhando todos os animais de todas as suas formas de conjugar. Desenhei 20 de fantasia e sei que existem 3 reais, por isso encontrei 23 animais. Mas também sei que existem mais alguns, só não tive mais tempo para os desenhar.

Já a aluna L. procurou esquematizar todas as hipóteses revelando um grau de abstração superior ao da aluna LA., fixando para tal uma das variantes, tal como o aluno G. e, também tal como este, só num momento posterior de conversa informal é que se apercebeu que poderia ter simplificado bastante a sua resolução:

Aluna L: Primeiro fixei-me na cabeça dos animais e fui juntando todas as hipóteses, deu-me 27 animais.

Investigadora: Será que não poderias ter simplificado um pouco a resolução?

Aluna L: Podia... podia só ter feito para a cabeça de uma dos animais porque ia dar sempre 9 em cada hipótese e depois fazia 3x9 que dava na mesma 27 e não perdia tanto tempo nem tinha tanto trabalho.

Síntese:

Nesta tarefa, o raciocínio envolvido foi o raciocínio indutivo, pois a observação e experimentação dos fatores foram uma ponte que permitiu chegar à solução. Um aspeto muito importante e que, nem sempre, os alunos têm como chave para uma resolução com sucesso é a organização, quer do trabalho, quer da linha de pensamento. E nesta tarefa, para alcançarem o sucesso, era fulcral ter como lema a organização! Aspeto essencial dos esquemas de justificação analítico ou teórico (Esteves, 2013, apoiando-se em Fonseca, 2004).

Quanto ao tipo de representação, todos os alunos recorreram a uma representação icónica, mostrando-se capazes de efetuar diagramas e figuras.

Relativamente aos esquemas de justificação, centraram-se, essencialmente, nos esquemas de justificação empíricos, valorizando-se as justificações provenientes de exemplos concretos. Sendo que, nos casos em que os alunos conseguiram listar todas as soluções de forma organizada, também se envolvem raciocínios cada vez mais elaborados e uma série de operações mentais mais rigorosas e lógicas, próprias dos esquemas de justificação analítico ou teórico. As explicações dadas durante as conversas informais, com os alunos-caso, revelaram a sua capacidade de perceber como é que a partir de um caso experimental poderiam obter o número total de animais, sem terem de os listar exaustivamente, revelando, uma vez mais, esquemas de justificação analítico ou teórico.

As estratégias de resolução adotadas foram, sobretudo, as de *Fazer uma lista organizada ou tabela* e *Fazer um desenho, diagrama, gráfico ou esquema*, tal como se pode verificar através das Figuras 21 e 23, respetivamente.

Tarefa n.º5- Descobrindo os Tritões de Barriga Vermelha

Na apresentação da 5.ª tarefa, após conhecerem o animal em anexo 8 e lerem com atenção a questão proposta, os alunos mostraram-se intrigados, chegando mesmo a questionar se não faltariam dados para conseguirem resolver a tarefa. Perante esta questão, a investigadora acalmou a turma, deixando claro que o essencial para esta resolução seria a observação atenta da imagem. Com todos muito pensativos e em silêncio, minutos depois, começaram a surgir os primeiros “Ah já sei!”, “Já percebi!”. Aqui, o entusiasmo por resolver a tarefa rapidamente cresceu.

Surgiram resoluções diferenciadas para dar resposta a este problema que, no fundo, tinha apenas uma única forma de resolução. Foram dezasseis os alunos que não demonstraram quaisquer dificuldades em chegar à resposta correta e em explicar de forma consciente e coerente o seu raciocínio. Exemplo disso é a Figura 27.

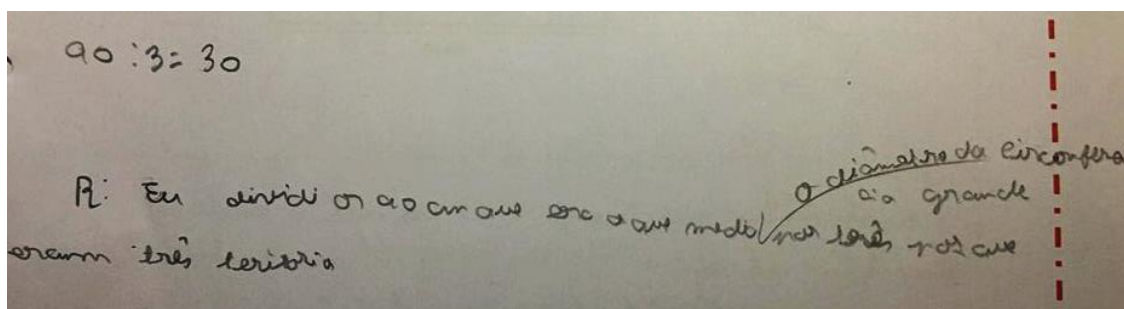


Figura 27- Resposta apresentada pelo aluno P. na tarefa 5.

Contudo, três alunos foram incapazes de elaborar um raciocínio correto e de chegar à conclusão pretendida. Após análise, depreende-se que as dificuldades encontradas se ficaram a dever, essencialmente, à falta de interpretação da imagem, como se ilustra na Figura 28.

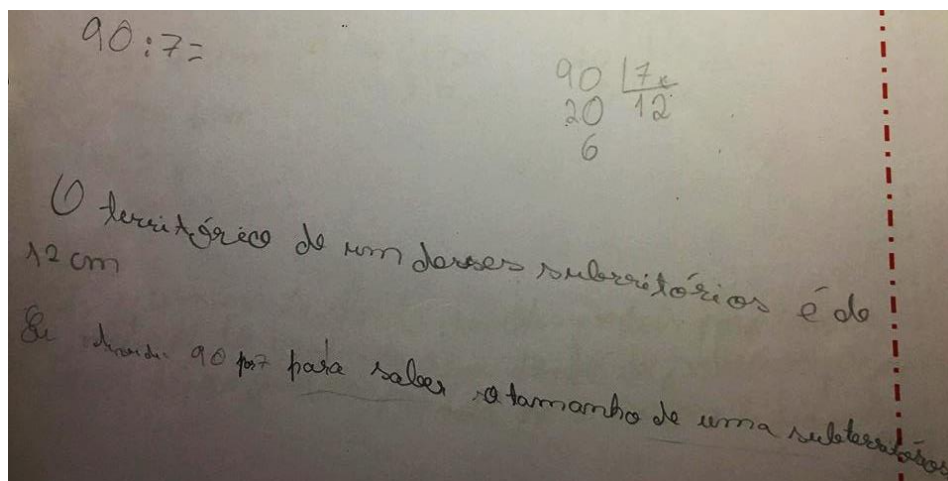


Figura 28- Resposta apresentada pelo aluno A. na tarefa 5.

Com esta tarefa, pretendia-se que os alunos interpretassem a imagem apresentada, compreendendo que a medida do lado do quadrado seria, consequentemente, a mesma do diâmetro da circunferência grande e, ainda, a mesma do diâmetro das três circunferências pequenas – os subteritórios. Atingindo então que, para descobrirem o diâmetro de apenas um dos subteritórios, deviam dividir a medida do lado por três, tal como ilustra a Figura 29. Salienta-se ainda, a importância da utilização de uma imagem com fundo quadriculado, sendo este, entendido pela investigadora, como um elemento facilitador para a interpretação e para o estabelecimento de relações pelos alunos.

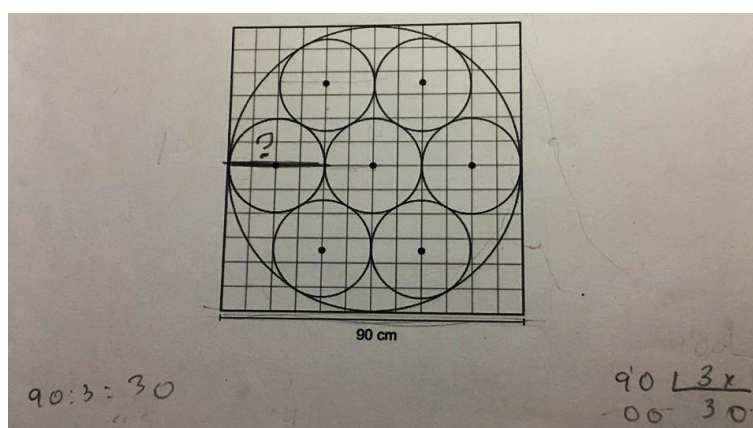


Figura 29- Resposta apresentada pelo aluno G. na tarefa 5.

O raciocínio utilizado foi o raciocínio multiplicativo (Soutinho, 2015), uma vez que os alunos manipularam duas variáveis numa relação fixa entre si. Relativamente às representações, as respostas basearam-se em representações simbólicas, pois envolviam algarismos, sinais das operações e o sinal de igual (Ponte & Serrazina, 2000). Tal como se pode verificar através da Figura 30.

$$90 : 3 = 30$$

$$\begin{array}{r} 30 \\ 3 \overline{) 90} \\ \underline{90} \\ 0 \end{array}$$

Figura 30- Resposta apresentada pelo aluno MD. na tarefa 5.

Esta era uma tarefa que requeria o envolvimento de raciocínios cada vez mais elaborados e de uma série de operações mentais mais rigorosas e lógicas, aspetos estes, tão característicos dos esquemas de justificação analítico ou teórico. A nível das estratégias de resolução utilizadas, os alunos procuraram *Usar a dedução lógica*.

Focando os seis casos-específicos é de salientar que todos resolveram a tarefa sem apresentar qualquer dificuldade, recorrendo unicamente a cálculos. Apesar de todos terem chegado a uma mesma solução, um dos casos-específicos, apresentou uma organização de pensamento um pouco distinta do restante grupo, tornando-se evidente que, para este caso em particular, a imagem com o fundo quadriculado, foi sem dúvida, um elemento facilitador, tal como já havia sido referido anteriormente. Esta constatação é facilmente compreendida através da comparação das duas transcrições que se seguem, de conversas informais tidas com este caso-específico e, com um outro dentro deste grupo, respetivamente.

Aluno R: Eu fui ver aos 90 que era a medida de cada lado do quadrado e fui andando com essa medida sempre para cima até chegar ao centro onde tinha 3 subterritórios seguidos. Então, fui aos 90 e dividi por 3 para ver o diâmetro de só um desses subterritórios, deu-me 30.

Aluno J: O quadrado tinha 90 de lado e dentro dele, tinha uma circunferência com circunferências dentro. Então, vi que no meio da circunferência grande existiam 3 circunferências pequenas seguidas e foi só dividir 90 por 3.

Investigadora: Porquê?

Aluno J: Porque os 90 também eram o diâmetro da circunferência grande e ao mesmo tempo o diâmetro das 3 pequenas. Então para saber o de uma tinha de dividir os 90 por 3.

Síntese:

Nesta tarefa, o raciocínio privilegiado foi o raciocínio multiplicativo, pois a divisão foi a operação chave que permitiu chegar à solução. Quanto ao tipo de representação, todos os alunos recorreram a uma representação do tipo simbólica.

Relativamente aos esquemas de justificação, centraram-se no analítico ou teórico, envolvendo raciocínios mais elaborados e uma série de operações mentais mais rigorosas e lógicas (Fonseca, 2004).

Dada a natureza desta tarefa, a turma sentiu a necessidade de utilizar, quase que intuitivamente, a estratégia de resolução *Usar dedução lógica* definida em Vale e Pimentel (2004), tal como se pode verificar através das Figuras 27 e 29.

Tarefa n.º6- Construindo memórias

A 6.ª e última tarefa, entregue no dia anterior à tão aguardada visita de estudo, apresentou-se um pouco diferente das restantes. Não se fazia acompanhar de cartas mistério, aspeto este que os alunos estranharam, sentindo-se até, um certo desanimo no ar. Pelo menos, até lerem a nota em rodapé:

Amanhã serão vocês os responsáveis pelo registo fotográfico da visita de estudo ao Jardim Zoológico para que, posteriormente, possamos construir um álbum nas mesmas condições do apresentado nesta tarefa.

De imediato se repôs todo o entusiasmo e os alunos partiram, motivados, para a resolução da tarefa. Foram nove os alunos que o fizeram com sucesso, sendo que, para tal, valeram-se de formas de resolução bastante diversificadas.

A resolução privilegiada pela maioria dos alunos – cinco em concreto, caracteriza-se pela construção de uma tabela através da qual, se organizaram todos os dados do enunciado, seguida de uma breve contagem dos fatores iguais, tal como é observável na Figura 31.

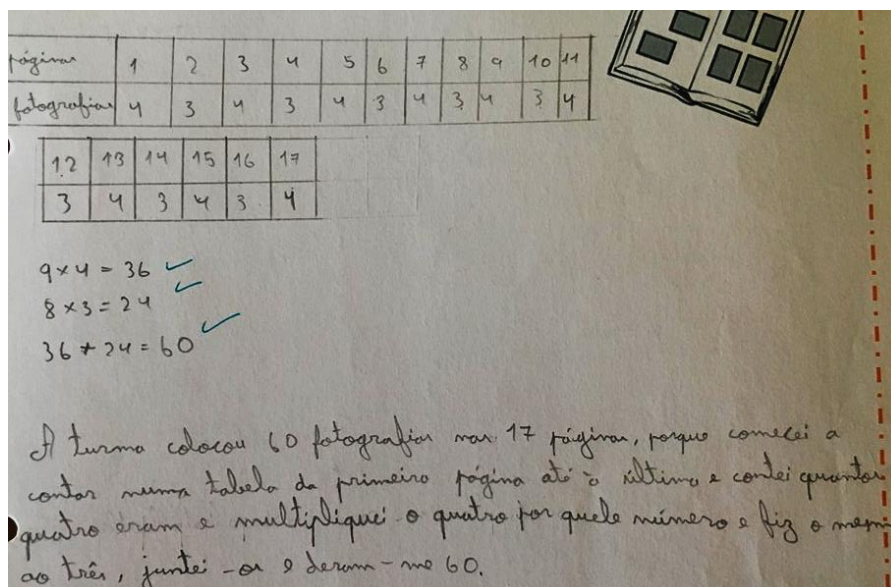


Figura 31- Resposta apresentada pelo aluno T. na tarefa 6.

O raciocínio presente nesta resolução, é um raciocínio multiplicativo seguido de um raciocínio aditivo, pois, primeiramente, os alunos efetuaram contagens com as condições que lhes foram fornecidas, recorrendo à multiplicação ($9 \times 4 = 36$ e $8 \times 3 = 24$) e, de seguida, recorreram à adição para obterem a solução final.

As representações dizem-se simbólicas, dada a sua envolvimento com algoritmos e operações (Ponte & Serrazina, 2000).

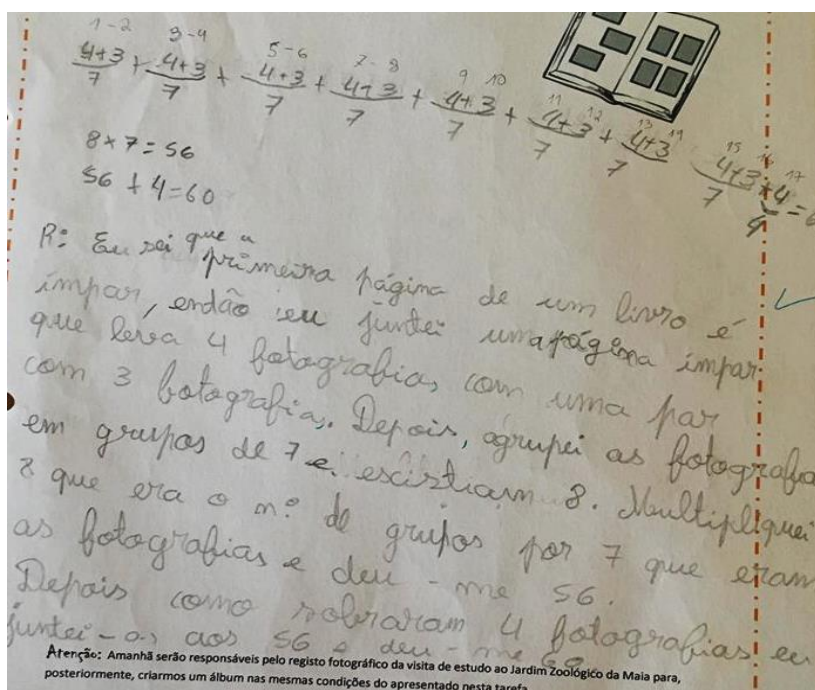
Estes alunos, numa primeira fase, foram listando as opções e fazendo experimentação, característica evidente dos esquemas de justificação empíricos; contudo, obtiveram a uma determinada conclusão, evocando para tal, raciocínios cada vez mais elaborados, característicos dos esquemas de justificação analítico ou teórico. As estratégias aqui utilizadas recaem sobre o *Usar dedução lógica* e *Fazer uma lista organizada ou tabela*.

Uma outra resolução muito próxima à anterior, foi apresentada por dois alunos. E, apesar de correta, deixa claro que, muito provavelmente, estes alunos ainda não compreenderam e assimilaram o conceito da multiplicação, pois não recorreram a esta operação para mais facilmente calcularem a soma. Assim, em vez de efetuarem contagens à semelhança dos colegas anteriores, estes alunos efetuaram adições sucessivas e exaustivas, como se pode depreender através da análise da Figura 32.

A nível dos esquemas de justificação, estes revelam-se empíricos e analítico ou teóricos, pois, se numa primeira fase, o aluno vai listando todas as opções e fazendo experimentação, num segundo momento, obtém a conclusão pretendida.

As estratégias utilizadas recaem sobre o *Usar dedução lógica e Fazer um desenho, diagrama, gráfico ou esquema*.

Por último, surge uma resolução diferente das anteriores, seguida por apenas um aluno. Este organizou os dados contabilizando, a cada duas páginas, uma folha. Sendo que, em vez de ver as fotografias página a página, procurou vê-las folha a folha, tal como é possível através da Figura 34.



Handwritten student work showing calculations and a drawing of a book. The calculations are as follows:

$$\begin{array}{r} 1-2 \quad 3-4 \\ 4+3 = 7 \\ 4+3 = 7 \\ 5-6 \quad 7-8 \\ 4+3 = 7 \\ 4+3 = 7 \\ 9-10 \\ 4+3 = 7 \\ 4+3 = 7 \\ 11-12 \quad 13-14 \\ 4+3 = 7 \\ 4+3 = 7 \\ 15-16 \quad 17-18 \\ 4+3 = 7 \\ 4+3 = 7 \end{array}$$

Below the calculations, the student has written:

$$8 \times 7 = 56$$

$$56 + 4 = 60$$

Below the calculations, the student has written:

R: Eu sei que a primeira página de um livro é ímpar, então eu juntei uma página ímpar que leve 4 fotografias, com uma par com 3 fotografias. Depois, grubei as fotografias em grupos de 7 e escrevi 8. Multipliquei 8 que era o n.º de grupos por 7 que eram as fotografias e deu-me 56. Depois como sobraram 4 fotografias eu juntei-as aos 56 e deu-me 60.

Atenção: Amanhã serão responsáveis pelo registo fotográfico da visita de estudo ao Jardim Zoológico da Maia para, posteriormente, criarmos um álbum nas mesmas condições do apresentado nesta tarefa.

Figura 34- Resposta apresentada pelo aluno R. na tarefa 6.

O raciocínio aqui utilizado foi o raciocínio aditivo, no explicitar do número de fotografias por folha, seguido do raciocínio multiplicativo e no final, de novo o raciocínio aditivo (Soutinho, 2015) para a obtenção da resposta, uma vez que os alunos manipularam duas variáveis numa relação fixa entre si e depois efetuaram as adições necessárias.

O tipo de representação baseou-se numa representação simbólica, pois envolvia algarismos, sinais das operações e o sinal de igual (Ponte & Serrazina, 2000).

A nível dos esquemas de justificação, estes revelaram-se empíricos e analítico ou teóricos, pois, se numa primeira fase, o aluno foi listando todas as opções e fazendo experimentação, numa segunda fase, acabou por chegar à conclusão pretendida.

As estratégias de resolução utilizadas por este aluno foram a de *Fazer um desenho, diagrama, gráfico ou esquema* e *Fazer uma lista organizada ou tabela*.

Salienta-se ainda, que dez alunos não foram capazes de realizar a tarefa com sucesso. Oito destes, demonstraram não ter compreendido totalmente o enunciado, uma vez que, contrariamente ao que seria esperado, não foram capazes de considerar a página 1 como sendo ímpar. Tal como se pode visualizar através da Figura 35.

páginas	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°	11°	12°	13°	14°	15°	16°	17°
n.º de fotos	3	4	3	4	3	4	3	4	3	4	3	4	3	4	3	4	3

A turma colocou 59 fotos nas 17 páginas

Da primeira página meti 3 fotos, na segunda 4 fotos, na terceira 3 fotos sempre assim até à última página.

Figura 35- Resposta apresentada pelo aluno MD. na tarefa 6.

Outros dois, revelaram apresentar uma certa confusão entre o conceito de folha e página, sendo que utilizaram um ou outro indistintamente. Tal como se pode visualizar através da Figura 36.

$$4 + 3 = 7$$

$$17 \times 7 = 119$$

$$\begin{array}{r} 17 \text{ (4)} \\ \times 7 \\ \hline 119 \end{array}$$

R: A turma colou 119 fotografias.

Eu juntei 4 mais 3 para saber quanto dava ao todo numa página ímpar e numa página par juntas, e deu-me 7, depois multipliquei ~~17~~ 17 por 7 para saber quantas fotografias elas tinham colado no álbum.

página + folha

Figura 36- Resposta apresentada pela aluna M. na tarefa 6.

Focando os seis casos-específicos é de salientar que todos resolveram a tarefa com sucesso, não demonstrando quaisquer dificuldades. Quatro recorrendo ao primeiro modo de resolução apresentado, como se pode verificar através da transcrição de parte da conversa informal que se segue.

Aluna L: Eu comecei por fazer uma lista do número das páginas e pus de 1 a 17. Depois quando as páginas eram ímpares escrevia um 4 por baixo, quando eram pares escrevia 3. De seguida, contei as páginas ímpares e eram 9, então fiz 9×4 que dá 36. Depois contei as pares, que eram 8 e fiz 8×3 que dá 24. De seguida somei os 36 com 24 e deu-me as 60 fotos.

Um outro, autor do terceiro modo de resolução apresentado, procurou justificar-se referindo:

Aluna I: A primeira coisa que fiz foi ver que as páginas ímpares, começando pela 1, têm 4 fotografias, e as pares, começando pela 2, têm 3 fotografias. Depois fui desenhando todas até 17. Quando contei, deu-me 60 fotografias.

Investigadora: E de onde surgiu o 8×3 ?

Aluna I: Foi para saber quantas páginas pares existiam.

Investigadora: Ok, e o 9×4 ?

Aluna I: Para ver as páginas ímpares. E depois somei as ímpares e as pares.

Por último, o caso-específico em falta, responsável pelo quarto modo de resolução apresentado, defendeu o seu trabalho, argumentando:

Aluno R: Eu sei que a primeira página do livro é sempre ímpar. Então como as páginas ímpares tem 4 fotografias, eu fui sempre juntando 1 página ímpar com uma par que tem 3 fotografias. Assim, fui fazendo $4+3+4+3+ \dots +4$.

Investigadora: Ok, e como é que surgem os 8×7 ?

Aluno R: Porque eu fui agrupando os $4+3$ que dá 7 e como tinha 8 agrupamentos desses fiz os 8×7 , isso deu-me os 56 e depois somei os 4 que não consegui juntar a nada porque sobrava e deu-me então os 60.

Síntese:

Nesta tarefa, o raciocínio privilegiado foi o raciocínio multiplicativo seguido de um raciocínio aditivo, pois na maioria dos casos, a multiplicação e a adição foram as operações chave que permitiram chegar à solução. Seguindo-se um raciocínio aditivo, utilizado por um menor número de alunos que demonstraram não estarem tão familiarizados com o conceito da multiplicação quanto o que seria esperado neste nível. Continua a notar-se uma dependência da adição quando a multiplicação poderia ser mais útil, pela simplificação dos cálculos.

A nível das representações evidenciam-se, de um modo geral, as representações simbólicas, à exceção de um dos alunos que iniciou o seu trabalho na representação icónica e, deu-lhe continuidade na representação simbólica.

Relativamente aos esquemas de justificação, centraram-se, essencialmente, nos esquemas de justificação empíricos, valorizando-se as justificações provenientes das explorações e listagens dos alunos e, nos esquemas de justificação analítico ou teórico envolvendo-se raciocínios cada vez mais elaborados e uma série de operações mentais mais rigorosas e lógicas.

As estratégias de resolução adotadas foram, sobretudo, as de *Fazer uma lista organizada ou tabela* e *Fazer um desenho, diagrama, gráfico ou esquema* e *Usar dedução lógica*, tal como se pode verificar através das Figuras 31, 33 e 34, respetivamente.

Questionários

Partindo da análise dos dados recolhidos junto dos alunos, acerca do seu envolvimento nas tarefas matemáticas e da sua visão acerca da arte de bem justificar, foi possível traçar um panorama geral sobre a participação do grupo na dinâmica implementada.

Todos os alunos responderam “sim” relativamente ao gosto que sentiram por participar nas tarefas matemáticas que lhes foram sendo propostas.

Apesar de unanime, e de todos os participantes terem, efetivamente, gostado da dinâmica, as razões com que sustentaram as suas respostas foram as mais variáveis, tal como se pode verificar através da Figura 37. Um número significativo de alunos deixou-se envolver pelo carácter lúdico de que algumas propostas se revestiam.

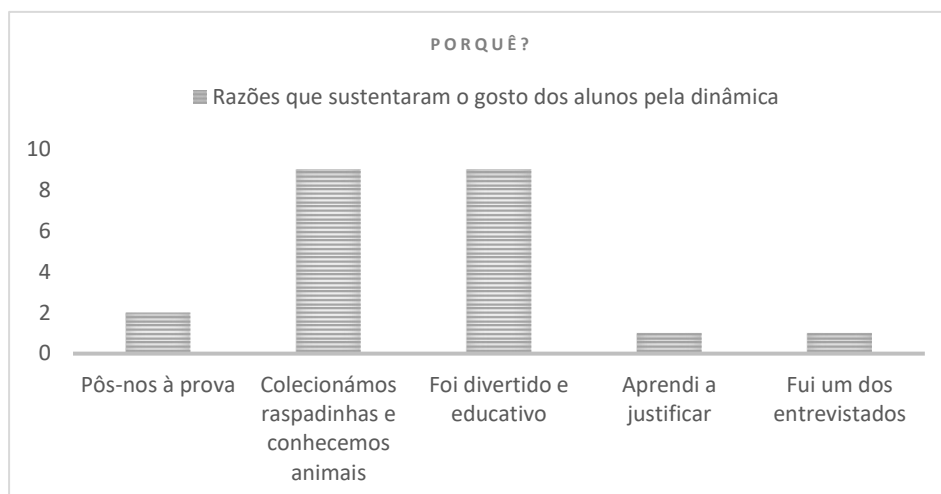


Figura 37- Gráfico ilustrativo das razões que levaram os alunos a gostar da sua participação na dinâmica implementada.

Importava também à investigadora compreender como é que os seus alunos reagiam e que atitude tomavam perante a expressão “Justifica a tua resposta” após tanto terem contactado com ela nos últimos tempos. Como seria de esperar, as respostas divergiram um pouco, sendo que se destacam, de seguida, as mais representativas.

Aluna LA: Eu costumo dizer como cheguei à solução e o porquê de ter feito assim as coisas.

Aluno T: Tenho de fazer contas, desenhos ou usar palavras.

Dos dezanove participantes, salienta-se que dezasseis optaram por respostas como a da aluna LA., enquanto que apenas três, por respostas como a do aluno T..

Apesar das espectáveis divergências anteriores, quando confrontados com o que seria então, para cada um, justificar, as respostas não poderiam ser mais coincidentes. Todos concordaram que justificar seria, por sua vez, explicar como tinham pensado para atingir uma determinada solução ou para efetuar uma qualquer escolha.

A nível da importância da justificação na área da matemática, a grande maioria (>75%) dos alunos consideraram-na imprescindível, tal como se pode observar através da Figura 38.

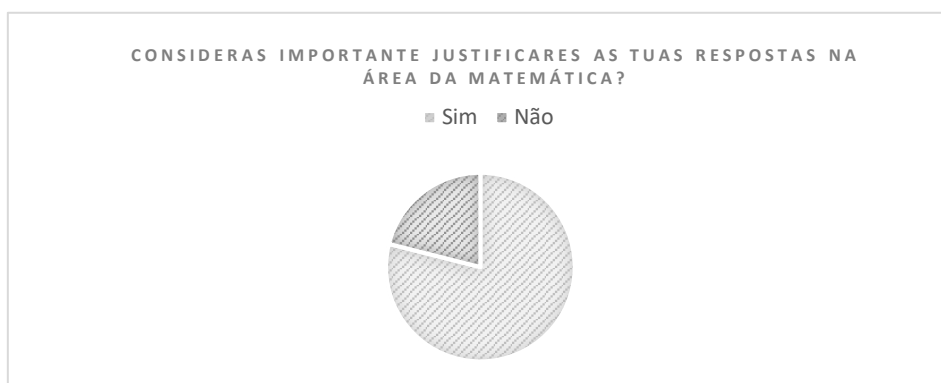


Figura 38- Gráfico ilustrativo das respostas dadas relativamente à importância da justificação na área da matemática.

Os quinze alunos que reconheceram a importância da justificação nesta área, fizeram-se valer de argumentos um tanto ou quanto diferenciados, mas igualmente válidos, tal como se constata na Figura 39. A maioria focou-se na importância da justificação para a compreensão de quem ouve. A compreensão do próprio acaba por estar implícita no reconhecimento da sua importância.

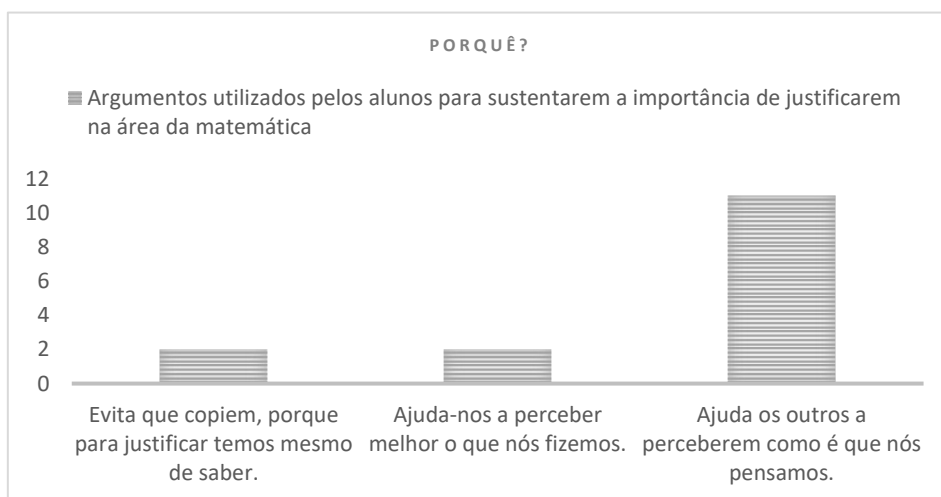


Figura 39- Gráfico ilustrativo dos argumentos os alunos utilizaram para sustentarem a importância de justificarem na área da matemática.

Já os quatro alunos que não veem relevância em justificar nesta área defendem-se referindo que as operações que efetuam deveriam bastar para que se compreendesse a forma como pensaram e alcançaram uma determinada solução.

Quando questionados relativamente à área em que se sentiam mais à vontade para justificar, verificou-se uma maior proximidade dos alunos às áreas da matemática e do português, apresentando-se em menor número, os preferentes da justificação no estudo do meio. Tal como se pode visualizar através da Figura 40.

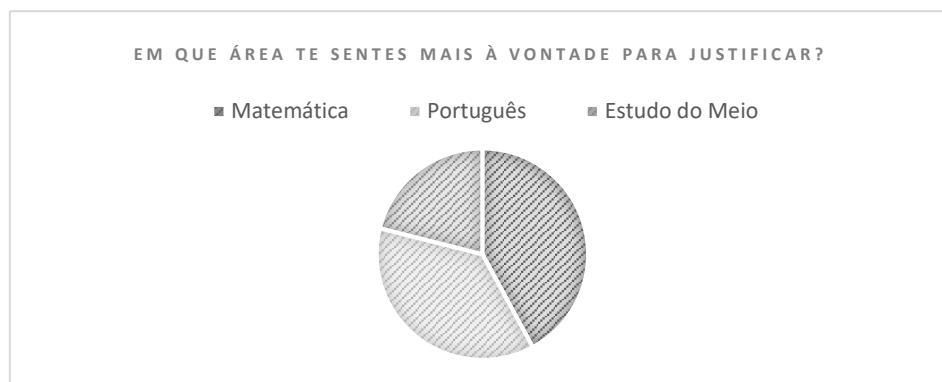


Figura 40- Gráfico ilustrativo das respostas dadas relativamente à área em que os alunos se sentem mais à vontade para justificar.

As respostas anteriores têm por base fundamentos como: *é a minha disciplina preferida e a que percebo melhor*, referida por oito alunos; *é mais fácil para dar a minha opinião e para argumentar*, referem sete alunos; ou, *porque é a área em que justifico mais*, como acabam por expor quatro alunos.

CONCLUSÕES

Com este estudo pretendia-se compreender o tipo de raciocínio que alunos de um 4.º ano de escolaridade, desenvolvem perante uma determinada tarefa e como o fundamentam. Sendo o propósito final da investigadora, disponibilizar-lhes técnicas de auxílio de organização do seu próprio pensamento.

É agora possível, neste momento final, e a partir da análise e interpretação dos resultados, dar resposta às questões que orientaram este estudo, e assim, ao problema que se propôs investigar.

Como se caracteriza o raciocínio matemático de alunos do 4.º ano de escolaridade?

A partir da análise de resultados, apresentada na secção anterior, elaborou-se um quadro síntese, o Quadro 11, que ilustra o tipo de raciocínio utilizado pelos alunos em cada tarefa.

Tarefas	Tipo de raciocínios envolvidos
	MEC (2013), Soutinho (2015), Lourenço (2014), Ponte e Serrazina (2000).
1- A Caminho do Zoo	Aditivo
2- Descobrindo as Piranhas	Dedutivo Indutivo Multiplicativo
3- Descobrindo os Mandris	Multiplicativo Aditivo
4- Descobrindo o Chital, o Caimão e o Pato Mandarin	Indutivo
5- Descobrindo os Tritões de Barriga Vermelha	Multiplicativo
6- Construindo Memórias	Multiplicativo seguido de um aditivo Aditivo

Quadro 11- Quadro síntese relativo ao tipo de raciocínios utilizados em cada tarefa.

Foi possível constatar que a posição de Baroody (1993), citado em Esteves (2013), continua atual e em voga. Pois, mesmo num nível de escolaridade inicial, estes alunos revelaram ser capazes de recorrer ao raciocínio dedutivo atingindo conclusões que decorrem daquilo que, efetivamente, já conhecem. Exemplo disto, é possível constatar-se

na tarefa n.º2, onde sete alunos recorreram a um raciocínio dedutivo para dar resposta ao problema apresentado. Salienta-se que, destes sete, cinco são alunos-caso.

Um outro tipo de raciocínio utilizado com alguma frequência por estes alunos é o indutivo. Apesar de se tratar de um raciocínio que se vai desenvolvendo do particular para o geral, e de o programa curricular não o considerar “apropriado para justificar propriedades” (MEC, 2013, p.4) uma vez que, “contrariamente ao raciocínio dedutivo, pode levar a conclusões erradas a partir de hipóteses verdadeiras” (MEC, 2013, p.4), a verdade é que este tipo de raciocínio foi gerador de conhecimento ao longo desta investigação. Exemplos concretos, podem ser encontrados na tarefa n.º2 onde um dos alunos-caso utilizou este tipo de raciocínio para chegar à solução e na tarefa n.º4 onde toda a turma partiu da experimentação para dar resposta ao problema.

Também Soutinho (2015) se revela uma *expert* no que se refere à utilização do raciocínio aditivo e do raciocínio multiplicativo. Apesar de existirem ligações óbvias entre a adição e a multiplicação e a subtração e a divisão, podendo multiplicar-se usando adições repetidas e, dividir-se, usando subtrações sucessivas, “estas duas formas de raciocínio são distintas o suficiente para serem considerados domínios conceptuais separados” (Soutinho, 2015, p.19), pois apresentam-se diferentes, quer na sua essência, quer na sua origem.

Tal como o defendido pela autora, verificou-se ao longo desta investigação que raciocínio aditivo e o raciocínio multiplicativo em pouco se assemelham. Enquanto o primeiro é utilizado pelos alunos quando necessitam de efetuar adições e subtrações para chegar à solução, o segundo é utilizado em casos onde a multiplicação e divisão lhes permitem, igualmente, chegar à solução. São vários os exemplos encontrados da utilização do raciocínio aditivo, nomeadamente, na tarefa n.º1, onde onze alunos recorreram a este tipo de raciocínio, sendo destes, cinco alunos-caso; na tarefa n.º3, utilizado por dois alunos, sendo um deles um aluno-caso; e, na tarefa n.º6, onde a utilização deste, por parte de dois alunos demonstrou que, de alguma forma, ainda não tinham bem interiorizado o conceito de multiplicação pois, efetuaram uma série de adições quando poderiam ter simplificado os cálculos efetuando apenas duas multiplicações. Na mesma linha de pensamento, são vários os exemplos encontrados da utilização do raciocínio multiplicativo por parte destes

alunos, nomeadamente, na tarefa n.º2 onde nove alunos o utilizaram; na tarefa n.º3 onde onze alunos o utilizaram, sendo destes, quatro alunos-caso; e, na tarefa n.º5 onde toda a turma utilizou o raciocínio multiplicativo para resolver o problema. Para além das hipóteses já apresentadas, surgiu ainda, na tarefa n.º6, a utilização destes dois tipos de raciocínio – aditivo e multiplicativo – de forma interligada, por parte de sete alunos, pertencendo a estes, os seis alunos-caso.

É importante referir que, muito provavelmente, os alunos que não recorreram mais vezes ao raciocínio multiplicativo, não o fizeram por não se encontrar ainda, totalmente desenvolvida, a sua compreensão da composição aditiva (Piaget & Inhelder, 1995). Estes autores consideram ser impossível a compreensão da composição multiplicativa antes da compreensão da composição aditiva.

Lourenço (2014), apoiando-se em Bruner (1975), defende que o desenvolvimento intelectual de cada ser humano se processa passando da representação ativa do mundo para a representação icónica, finalizando com a representação simbólica. A própria evolução dos conhecimentos matemáticos pode ser analisada através deste prisma. Dependendo do tipo de representação adotado pelos alunos revê-se neste o seu grau de desenvolvimento. Assim, pode afirmar-se que a turma em questão, na sua grande maioria, se encontra no patamar das representações simbólicas, uma vez que, ao longo das seis tarefas implementadas, esta representação surgiu sessenta e quatro vezes, enquanto que, representações icónicas, surgiram apenas dezanove vezes e, maioritariamente, na tarefa n.º4. Na tarefa n.º6 surgiu ainda uma ação conjugada destes dois tipos de representações, um dos alunos iniciou o seu trabalho a nível da representação icónica e, deu-lhe continuidade na representação simbólica.

No Quadro 12 indica-se o tipo de representações utilizado em cada tarefa.

Tarefas	Tipo de representação utilizada MEC (2013), Soutinho (2015), Lourenço (2014), Ponte e Serrazina (2000).
1- A Caminho do Zoo	Simbólica
2- Descobrindo as Piranhas	Simbólica Icónica
3- Descobrindo os Mandris	Simbólica
4- Descobrindo o Chital, o Caimão e o Pato Mandarin	Icónica
5- Descobrindo os Tritões de Barriga Vermelha	Simbólica
6- Construindo Memórias	Simbólica Icónica e simbólica

Quadro 12- Quadro síntese relativo ao tipo de representações utilizados em cada tarefa.

Como é que estes alunos procuram justificar as suas resoluções?

Carpenter e Loef (1985), referidos em Esteves (2013), acreditam que nos primeiros anos de escolaridade, os alunos tendem a demonstrar algumas dificuldades em generalizar as suas conjecturas, sendo que se limitam, numa grande parte das vezes, a recorrer a exemplos práticos e concretos. Assim, torna-se imprescindível que se estimule e envolva os alunos na arte de bem justificar, sendo esta, a base para a compreensão do modo como pensaram perante um determinado problema e para o esclarecimento de possíveis dúvidas.

Apesar da teoria destes autores contar já com mais de três décadas de existência, não desilude no que diz respeito à veracidade. Logo a partir da tarefa n.º1 tornou-se claro para a investigadora que grande parte dos alunos da turma não eram capazes de justificar as suas opções de forma clara e coerente, muito menos, quando tinham de o fazer por escrito. Claro que é papel do professor um questionamento adequado que leve os alunos a refletir sobre como pensaram e, consequentemente, a ultrapassar a dificuldade de apresentarem argumentos, gradualmente, mais gerais, complexos e convincentes (Fonseca, 2004), mas mesmo que este questionamento fosse requerido as respostas escritas dos alunos ficavam sempre aquém do esperado. Foi ao constatar as justificações escritas da turma que a investigadora tomou como imprescindível a realização de pequenas entrevistas informais a alguns elementos que sabia, à priori, que poderiam acrescentar informações pertinentes para o presente estudo.

No Quadro 13 apresenta-se uma síntese dos esquemas de justificação manifestados pelos alunos, ao longo de todas as tarefas.

Tarefas	Esquemas de justificação manifestados Fonseca (2004), Esteves (2013).
1- A Caminho do Zoo	Analítico ou teórico
2- Descobrindo as Piranhas	Analítico ou teórico
3- Descobrindo os Mandris	Analítico ou teórico Convicção externa
4- Descobrindo o Chital, o Caimão e o Pato Mandarin	Empírico Analítico ou teórico
5- Descobrindo os Tritões de Barriga Vermelha	Analítico ou teórico
6- Construindo Memórias	Empírico Analítico ou teórico

Quadro 13- Quadro síntese relativo aos esquemas de justificação manifestados em cada tarefa.

Das três categorias de esquemas de justificação base definidos por Harel e Sowder (1998), em Fonseca (2004), a investigadora detetou a utilização de todos eles por parte desta turma, sendo que numa diferença bastante notória de um para os outros dois. Os esquemas de justificação analítico ou teórico foram os privilegiados, uma vez que estiveram presentes em todas as tarefas e foram utilizados por todos os alunos. Já os esquemas de justificação empírico, foram efetivamente manifestados em tarefas como a n.º2, a n.º4 e a n.º6, mas apenas numa fase inicial por alguns alunos, sendo que, posteriormente, estes acabaram também por atingir os esquemas de justificação analítico ou teórico. Os esquemas de justificação por convicção externa foram utilizados apenas uma vez, por um aluno, na tarefa n.º3.

Que estratégias de resolução de problemas utilizam?

Vale e Pimentel (2004) acreditam que os alunos “devem ser submetidos a um ensino que lhes dê a oportunidade de praticar um número significativo de estratégias através da resolução de vários problemas.” (Vale & Pimentel, 2004, p.25). Assim sendo, a investigadora procurou implementar tarefas que, de alguma forma, dessem liberdade aos alunos de traçar o seu próprio caminho de resolução e o explorar.

No Quadro 14 apresenta-se uma síntese de estratégias usadas pelos alunos ao longo de todas as tarefas.

Tarefas	Estratégias utilizadas Vale e Pimentel (2004).
1- A Caminho do Zoo	Não foram utilizadas estratégias
2- Descobrimo as Piranhas	Usar dedução lógica Fazer tentativas e Usar dedução lógica Fazer tentativas
3- Descobrimo os Mandris	Trabalhar do fim para o início e Usar dedução lógica
4- Descobrimo o Chital, o Caimão e o Pato Mandarin	Fazer uma lista organizada ou tabela Fazer um desenho, diagrama, gráfico ou esquema
5- Descobrimo os Tritões de Barriga Vermelha	Usar dedução lógica
6- Construindo Memórias	Fazer uma lista organizada ou tabela Usar dedução lógica e Fazer um desenho, diagrama, gráfico ou esquema Fazer um desenho, diagrama, gráfico ou esquema e Fazer uma lista organizada ou tabela

Quadro 14- Quadro síntese relativo às estratégias utilizadas em cada tarefa.

Das oito estratégias de resolução, definidas pelas autoras, que permitem aos alunos passar “gradualmente da resolução de uma situação problemática mais fechada e estruturada para uma situação mais aberta sem o perigo de se sentirem perdidos.” (p.25), os alunos utilizaram cinco delas, sendo que, em alguns casos, as foram conjugando a seu favor. Enumerando-as então, pelo seu nível de aplicação em cada tarefa, em primeiro lugar surge a estratégia *Usar dedução lógica*, utilizada na tarefa n.º5 por dezasseis alunos, incluindo os seis alunos-caso, e na tarefa n.º2 por sete alunos, sendo destes, cinco alunos-caso; numa ação conjunta, segue-se a estratégia de *Trabalhar do fim para o início* e a de *Usar dedução lógica*, utilizada na tarefa n.º3 por quinze alunos, cinco dos quais alunos-caso; seguindo-se a estratégia *Fazer uma lista organizada ou tabela* utilizada na tarefa n.º4 por catorze alunos, sendo quatro alunos-caso e, na tarefa n.º6 por sete alunos, sendo destes, também quatro alunos-caso; também a ação conjunta das estratégias *Fazer tentativas* e *Usar dedução lógica* foi bastante requerida na tarefa n.º2 tendo sido utilizada por nove alunos; seguindo-se a estratégia de *Fazer um desenho, diagrama, gráfico ou esquema* utilizada na tarefa n.º4 por quatro alunos, dos quais dois alunos-caso; de seguida, surge a estratégia de *Fazer tentativas* utilizada apenas por um aluno na tarefa n.º2; uma vez mais, contempla-se uma conjugação de estratégias, *Usar dedução lógica* e *Fazer um desenho, diagrama, gráfico ou esquema* utilizada na tarefa n.º6 por um aluno-caso; e, por

fim, as estratégias *Fazer um desenho, diagrama, gráfico e Fazer uma lista organizada ou tabela*, utilizadas conjuntamente, na tarefa n.º6 por um aluno-caso. Em síntese, apresenta-se o Quadro 15.

Estratégias	N.º de alunos que a utilizaram	N.º de alunos caso incluídos	Tarefa
Usar dedução lógica	16	6	5- Descobrindo os Tritões de Barriga Vermelha
	7	5	2- Descobrindo as Piranhas
Trabalhar do fim para o início e a de Usar dedução lógica	15	5	3- Descobrindo os Mandris
Fazer uma lista organizada ou tabela	14	4	4- Descobrindo o Chital, o Caimão e o Pato Mandarin
	7	4	6- Construindo Memórias
Fazer tentativas e Usar dedução lógica	9	-	2- Descobrindo as Piranhas
Fazer um desenho, diagrama, gráfico ou esquema	4	2	4- Descobrindo o Chital, o Caimão e o Pato Mandarin
Fazer tentativas	1	-	2- Descobrindo as Piranhas
Usar dedução lógica e Fazer um desenho, diagrama, gráfico ou esquema	-	1	6- Construindo Memórias
Fazer um desenho, diagrama, gráfico e Fazer uma lista organizada ou tabela	-	1	6- Construindo Memórias

Quadro 15- Quadro síntese relativo às estratégias maioritariamente utilizadas em cada tarefa.

Salienta-se ainda, que na tarefa n.º1 os alunos não utilizaram quaisquer estratégias de resolução definidas em Vale e Pimentel (2004), visto que o problema pode ser entendido não como um problema de processo, mas como um problema de vários passos. Contudo, seria de esperar que adotassem, quase que intuitivamente, a estratégia *Fazer um desenho, diagrama, gráfico ou esquema*, pois, de todas, seria a que mais facilitaria, não só a compreensão do enunciado do problema, como facilitaria a sua resolução. Pensa-se que esta não foi sequer uma opção para os alunos dado o facto de, efetivamente, não terem como hábito a utilização deste tipo de estratégia e também, em grande parte, da impulsividade que, na maioria das vezes, os alunos revelam perante a presença de números

num enunciado, partindo, quase que automaticamente, por vezes, para a realização de operações matemáticas de modo aleatório.

É quando falamos em estratégias de resolução de problemas que se torna clarividente a necessidade e a urgência de momentos em grande grupo intimamente ligados à partilha. Por isto é que, no final de cada tarefa, e após as necessárias conversas informais realizadas, a investigadora procurava abrir um espaço de discussão e partilha, onde todos pudessem mostrar aos colegas como resolveram a tarefa, como pensaram e como tinham a certeza que o seu modo de resolução estaria correto. Tarefa após tarefa, este momento foi-se tornando cada vez mais rico e vantajoso. Todos, de alguma forma, queriam participar e dar a sua opinião. Mesmo os alunos que teriam errado o problema, procuravam confrontar os colegas relativamente à veracidade da sua proposta e tentavam compreender as suas explicações, ficando todos a ganhar neste processo de ensino-aprendizagem.

Claro que a correção de tarefas era já uma dinâmica usual da turma, contudo, esta decorria em moldes bastante diferenciados. Passou-se de uma correção onde apenas um aluno com a resposta correta ou até mesmo a professora, apresentava, e de certa forma impunha, aos restantes colegas, uma determinada estratégia, a uma correção onde todos participavam, comentavam e davam sugestões aos trabalhos dos colegas. Esta dinâmica requeria um período de tempo um pouco extenso, daí, provavelmente, não ser adotada de modo sistemático na turma.

Considerações finais

Considera-se que a proposta de intervenção e a metodologia de trabalho a esta associada, proporcionaram a concretização do objetivo traçado no início do estudo, bem como, um crescimento pessoal e profissional da investigadora que pôde pôr em prática as teorias com que mais se havia identificado ao longo da sua formação. Como pensam os nossos alunos perante um determinado desafio? Como justificam o seu trabalho, convencendo-se a si mesmos e aos outros? Que ramo de investigação fascinante!

Comparando as conclusões alcançadas por este estudo com as de outros investigadores apresentados anteriormente nos Estudos Empíricos, torna-se claro que

grande parte da teoria é aqui reforçada, contudo, focam-se também, alguns aspetos divergentes.

Reforça-se que, tal como em Esteves (2013), também os resultados da presente investigação evidenciam o facto de os alunos recorrerem a diferentes estratégias de resolução de problemas, sendo capazes de justificar os seus resultados de formas variadas e de apresentar argumentos válidos para as suas conjecturas. Quanto às dificuldades encontradas, e embora Esteves (2013) tenha realizado a sua investigação numa turma do 2.º ano de escolaridade, também no 4.º ano as dificuldades emergiam, essencialmente, da falta de compreensão dos enunciados e/ou da falta de organização dos dados, durante a resolução.

À semelhança do que concluiu Oliveira (2015), também estes alunos evidenciam atividades diretamente ligadas ao raciocínio matemático como a explicação e a justificação. Contudo, contrariamente ao que a autora refere, revelaram não ser ainda capazes de efetuar generalizações, tal como se pôde comprovar através da análise da tarefa n.º4. Este aspeto coloca questões da dinâmica a que os alunos estavam habituados. Será que o seu débil envolvimento em tarefas desta natureza, estará na origem desta dificuldade? Os mesmos alunos trabalhando com dinâmicas próprias poderiam ter desenvolvido a capacidade de generalizar?

Ainda com este estudo, e em conformidade com os resultados divulgados por Costa (2014), foi possível compreender que o trabalho colaborativo e a partilha, efetivamente, ajudam a desenvolver nos alunos a capacidade de raciocinar e de explicitar os seus raciocínios, tendo-se verificado que a interação entre os alunos é promotora de uma aprendizagem mais significativa.

Um contacto prévio com a turma e com a teoria que veio a fundamentar depois esta prática, permitiu que toda a intervenção se delineasse de forma sustentada, ao longo da investigação. No entanto, e tal como em muitos outros estudos, também este apresentou um ou outro obstáculo que foram sendo superados, sempre dentro do possível e do espetável.

O primeiro prende-se, talvez, com o duplo papel exercido pela investigadora, sendo este, simultaneamente, o de professora estagiária e o de investigadora. Separar estes dois

perfis revelou-se, praticamente impossível, sendo que, na maior parte do tempo o que mais se faz notar, devido à necessidade em contexto, foi o de professora.

Um outro obstáculo deve-se também ao tempo, propriamente dito, destinado à investigação dentro da sala de aula. Pois, devido à sua escassez, era claramente impossível ter um momento de conversa informal com todos os alunos após a concretização das tarefas, como a investigadora gostaria de ter feito. Aspeto este, que a investigadora acredita que teria sido uma mais valia para o estudo, na medida em que o tornava, certamente, mais profundo e firme.

Para investigações futuras, considera-se que seria importante dedicar-se um intervalo de tempo um pouco mais alargado, dentro do horário escolar, para se ouvir todos os alunos nas suas linhas de pensamento mais variadas e de justificação, não só nesta área em concreto, como também em todas as restantes, pois, nem sempre, os registos escritos dos alunos eram suficientemente claros para a investigadora.

Já num momento final, a investigadora foi-se debatendo, interiormente, com uma série de outras questões pertinentes que poderão ser tidas em conta para futuras investigações:

Será que as estratégias adotadas pelos alunos influenciam, de alguma forma, os esquemas de justificação que utilizam?

Como se pode erradicar os esquemas de justificação por convicção externa a nível do apelo à autoridade?

De que forma é possível sensibilizar os alunos para a necessidade de justificarem e de o fazerem com gosto?

Como é que, diariamente, se consegue melhorar a motivação, o interesse e a relação dos alunos com esta área, aproveitamento a sua curiosidade inata perante tudo o que os rodeia?

Concluindo, com este estudo a investigadora pretendeu contribuir para uma melhor compreensão da forma como os alunos desenvolvem a sua capacidade de explicitar os raciocínios em matemática. Sendo também do seu interesse, a sensibilização da comunidade científica relativamente à necessidade de alteração do currículo do Ensino Básico, de modo a que se conceda, na sala de aula, um lugar de destaque para a importância de se incentivar os alunos a desenvolver a sua capacidade de justificar, uma

vez que esta, se encontra intimamente relacionada com a sua capacidade de raciocinar matematicamente.

Em suma, e como futura professora, esta experiência proporcionou uma aprendizagem e uma reflexão profunda sobre as próprias práticas. A preocupação pelo desenvolvimento do raciocínio matemático na aula de matemática fez emergir a estrutura da matemática e, conseqüentemente, a sua compreensão. Enquanto professora tornou-se evidente o grande desafio que é, diariamente, compreender e orientar os raciocínios dos nossos alunos, bem como o de gerir e promover as discussões na aula de matemática.

CAPÍTULO III – REFLEXÃO SOBRE A PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA

Reflexão final

Chegado a este momento final de reflexão acerca da Prática de Ensino Supervisionada, as palavras começam quase a faltar-me. Advêm carregadas de múltiplos sentimentos, de uma enorme saudade, mas, acima de tudo, da certeza de que este, foi, sem dúvida, um percurso tanto controverso como inigualável.

O ato de refletir é em si algo muito complexo e com, ainda, um certo grau de dificuldade para mim. É um processo que envolve uma concentração tremenda, para além de uma capacidade inequívoca de olhar para os acontecimentos de forma mais distanciada para que estes, possam ser analisados, repensados e, de alguma forma, melhorados, permitindo-nos aprender e ajustar, diariamente, as nossas práticas.

Este momento reflexivo surge exatamente disso, de uma visão já distanciada sobre dois períodos distintos da PES – primeiramente, com um grupo de crianças em idade pré-escolar dos 3 aos 6 anos de idade e, em seguida, numa turma do 4.º ano de escolaridade dos 9 aos 10 anos de idade.

Estas vivências, embora entre si tão distintas, revelaram-se uma mais-valia na minha aprendizagem já que me possibilitaram contactar com crianças situadas nos extremos de idades com as quais estarei, futuramente, apta a trabalhar. Não só a heterogeneidade das suas idades faz delas crianças tão diferentes, a sua curiosidade pelo que as rodeia, as suas crenças e vontades, tudo se vai revelando diferenciadamente.

Um dos maiores desafios que se coloca a um educador/professor é a capacidade de resposta perante um grupo de crianças com motivações e necessidades tão diferentes. Conseguir aliciar todo o grupo numa contínua descoberta do mundo e busca pelo saber, para além de uma grande responsabilidade, é o grande propósito da educação.

Neste sentido, todo este percurso me ajudou bastante a compreender que tipo de dificuldades serão espectáveis em determinados níveis de desenvolvimento das crianças, a compreender que adequar e articular o meu discurso é fundamental quando queremos manter uma comunicação ativa e saudável e, que criar estratégias para ajudar os alunos a ultrapassar as suas dificuldades é um dever do educador/professor pois cada aluno tem a sua própria identidade e as suas particularidades e, por isso, não podem ser todos pressionados a aprender a partir de uma única estratégia de grupo.

Foram várias as competências que me foi sendo possível aperfeiçoar no último ano, nomeadamente, no que diz respeito, à capacidade de gerir conflitos; de dar resposta a várias questões, relativas a situações completamente distintas, nunca perdendo de vista a intencionalidade traçada; de estar mais atenta aos interesses dos alunos, pois deve ser a partir destes que todo o processo de ensino-aprendizagem se deve desenrolar; de atender a um grupo/turma de modo geral e, em simultâneo, de considerar cada aluno como um só, com as suas particularidades, os seus temperamentos e os seus ritmos de aprendizagem. É um desafio tão difícil quanto motivador.

Durante a minha intervenção no contexto da educação pré-escolar tive a oportunidade e o prazer de contactar de perto com uma educadora de infância de excelência que colocava em prática uma metodologia participante, na qual, era verdadeiramente dada voz às crianças no seu processo de aprendizagem. Trabalhar com este grupo de crianças foi um desafio constante, verdadeiramente fascinados e interessados pelo mundo, tudo lhes servia como pólvora para o processo de exploração e de aprendizagem, sendo bastante difícil saciar a curiosidade de um grupo que revelava sempre vontade de saber mais e do porquê de, efetivamente, as coisas serem como são.

O contacto com o 1.º CEB, contrariamente ao que eu esperava, foi, para mim, um desafio bem maior. Para além de estar a trabalhar com um nível de ensino cujas exigências científicas são realmente diferentes das do nível anterior, desempenhei aqui, um duplo papel, o de professora estagiária e o de investigadora, sendo que, de certa forma estes dois perfis, embora difíceis de se dissociarem, se tornam um pouco esgotantes, quando desenvolvidos em simultâneo.

Parando um pouco para confrontar estes dois níveis de ensino, torna-se, para mim, evidente as inúmeras diferenças entre eles. Diferenças essas que nem sempre deveriam existir, pois nem todas se revelam benéficas, principalmente, para as crianças do 1.º CEB, na minha opinião, as mais afetadas. Este facto manifesta-se na falta de interesse e de gosto de algumas crianças pela escola ou, por determinada matéria ou área curricular.

Referindo-me a alguns exemplos práticos, podemos falar relativamente à preocupação dos pais, tornou-se bastante perceptível que no pré-escolar procuravam, maioritariamente, inteirar-se acerca das atividades dos filhos e da sua disposição perante

elas, enquanto que, no 1.º CEB as preocupações dos pais prendiam-se, essencialmente, com as avaliações quantitativas dos filhos.

Nos primeiros anos sentimos que todos os temas das orientações curriculares são alvo de fascínio e curiosidade dos mais pequenos, enquanto que os alunos do 4.º ano revelavam, mais facilmente, uma atitude de desinteresse e de comodidade, assumindo os assuntos quase que exclusivamente, como trabalho. Penso que esta atitude dos alunos pode ser explicada pela pressão que sentem dos professores em fazer *cumprir o programa*, sem restar grande tempo para responder a questões que este não abranja explicitamente e, que muito provavelmente, permitiria aos alunos verem um mesmo assunto de uma forma bastante diferenciada e mais próxima, pois assim, de certa forma, também participariam na sua aprendizagem e teriam uma palavra a dizer.

Outras diferenças que pude ir detetando entre os dois grupos, não apenas respeitantes às crianças em si, foram, por exemplo: o funcionamento das instituições educativas; a proximidade, o envolvimento e o papel das famílias na escola e no percurso de desenvolvimento das crianças, bem como as suas relações com as próprias crianças.

Desta experiência tão enriquecedora, capaz de despoletar em mim um turbilhão de emoções, resta a certeza que, a cada dia, dei o meu melhor e que cada uma destas crianças, com as quais tive o prazer de contactar, levou um bocadinho de mim e me deixou um bocadinho de si. Elas não sabem, mas eu aprendi muito mais do que aquilo que algum dia lhes poderia ter ensinado. Desfrutei com estes grupos vivências que fazem agora parte do meu ser, que fazem sentido na minha construção pessoal e que vou fazer valer, hoje e sempre, a nível profissional.

“Ser professor é um privilégio. Ser professor é semear em terreno sempre fértil e se encantar com a colheita. Ser professor é ser condutor de almas e de sonhos, é lapidar diamantes.”

Gabriel Chalita

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bamber, J. (2012). *Developing the creative and innovative potential of young people through non-formal learning in ways that are relevant to employability*. Irlanda: Comissão Europeia.
- Bogdan, R. & Biklen, S. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação - Uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.
- Cacais, J. (2017). *Matemática fora da sala de aula: Desafios numa turma do 3.º e 4.º anos de escolaridade*. Relatório Final de Prática de Ensino Supervisionada do Mestrado de Educação Pré-Escolar e Primeiro Ciclo do Ensino Básico. Viana do Castelo: Instituto Politécnico de Viana do Castelo.
- Carmo, H. & Ferreira, M. (2008). *Metodologia da Investigação: Guia para a Auto-aprendizagem* (2.ª ed.). Lisboa: Universidade Aberta.
- Costa, J. (2014). *Desenvolver a explicitação do raciocínio matemático: estudo com alunos do Ensino Básico*. Relatório de Estágio de Mestrado em Ensino do 1.º e 2.º Ciclo do Ensino Básico. Braga: Universidade do Minho.
- Coutinho, C. P. (2014). *Metodologia de Investigação em Ciências Sociais e Humanas: Teoria e Prática*. Coimbra: Edições Almedina.
- Dias, P. (2008). Da e-moderação à mediação colaborativa nas comunidades de aprendizagem. In *Educação, Formação & Tecnologias* (pp. 4-10). Retirado em setembro de 2018, de <http://eft.educom.pt>
- Domingos, A. & Rodrigues, M. (2013). Raciocínio e Demonstração. In A. Domingos, I. Vale, M. J. Saraiva, M. Rodrigues, M. C. Costa & R. A. Ferreira (Eds.), *Investigação em Educação Matemática 2013 - Raciocínio Matemático* (pp. 381-382). Lisboa: Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática.
- Esteves, V. (2013). *Raciocínio Matemático de alunos do 2º ano de escolaridade*. Relatório Final de Prática de Ensino Supervisionada do Mestrado de Educação Pré-Escolar e Primeiro Ciclo do Ensino Básico. Viana do Castelo: Instituto Politécnico de Viana do Castelo.
- Fonseca, L. (2004). *Formação inicial de professores de Matemática: A demonstração em geometria*. Tese de Doutoramento. Aveiro: Universidade de Aveiro.
- Fonseca, L. (2018). Mathematical reasoning and proof schemes in the early years. *Journal of the European Teacher Education Network*, 13, (pp. 34-44).
- Fonseca, L., et al. (2015). *Educação Empreendedora: caminhos para a concretização de sonhos*. Viana do Castelo: Comunidade Internacional do Alto Minho.
- Fonseca, L. & Esteves, V. (2017). Raciocínio matemático e justificação: contributos de um estudo com alunos do 2.º ano de escolaridade. *VIII Congresso Ibero-americano de Educacion Matemática, Libro de Actas*. CB-987, (pp. 535-546).

- Formosinho, J. (2015). *Pedagogia em Participação*. Retirado em outubro de 2018, de: https://www.researchgate.net/publication/283500319_PEDAGOGIA_EM_PARTICIPACAO
- Formosinho, J. (2016). *As gramáticas pedagógicas participativas e a construção da identidade da criança*. Retirado em outubro de 2018, de: <http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/txra/article/viewFile/1747/1457>
- Henriques, A. (2012). O raciocínio matemático na exploração de tarefas de investigação: Um estudo com alunos universitários. *Quadrante*, XXI, (2).
- INE (2011). *XV Recenseamento Geral da População e V Recenseamento Geral da Habitação*. Retirado em março de 2018, de: <http://mapas.ine.pt/map.phtml>
- Lessard-Hébert, M., Goyette, G., & Boutin, G. (2005). *Investigação Qualitativa: Fundamentos e Práticas* (2ª ed.). Lisboa: Instituto Piaget.
- Lourenço, M. (2014). *Representações na realização de tarefas matemáticas: o tipo e o papel que desempenham*. Tese de Mestrado. Viseu: Instituto Politécnico de Viseu.
- Martins, G., Gomes, C., Brocardo, J., Pedroso, J., Carrilho, J., Silva, L., Encarnação, M., Horta, M., Calçada, M., Nery & R., Rodrigues, S. (2017). *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória*. Lisboa: Ministério da Educação.
- McMillan, J. & Schumacher, S. (2001). *Research in Education: a conceptual introduction*. Nova Iorque: Longman.
- Ministério da Educação [ME] (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação e Ciência.
- Ministério da Educação e Ciência [MEC] (2013). *Programa de Matemática para o Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação e Ciência.
- Ministério da Educação [ME] (2016). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação e Ciência.
- Moufarda, C. (2014). *A Importância e o Impacto das Rotinas na Creche e no Jardim-de-Infância: Relatório da Prática Profissional Supervisionada* (Mestrado em Educação Pré-escolar, Instituto Politécnico de Lisboa, Escola Superior de Educação de Lisboa). Retirado em abril de 2018, de <https://repositorio.ipl.pt>
- NCTM (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Lisboa: APM.
- Oliveira, C. (2015). *Raciocinando matematicamente com números racionais: Um estudo com alunos do 5.º ano de escolaridade*. Relatório Final de Prática de Ensino Supervisionada do Mestrado em Ensino do 1.º e do 2.º Ciclos do Ensino Básico. Setúbal: Instituto Politécnico de Setúbal.
- Piaget, J., & Inhelder, B. (1995). *A psicologia da criança* (2.ª ed.). Porto: Edições ASA.

- Polya, G. (1973). *How to solve it: a new aspect of mathematical method*. New Jersey: Princeton University.
- Ponte, J. (2005). *Gestão curricular em Matemática*. Lisboa: Universidade de Lisboa. Retirado em setembro de 2018, de http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/fdm/textos/Ponte%2005_GTI-tarefas-gestao2.pdf
- Ponte, J. (2006). Estudos de caso em educação matemática. *Bolema*, 25, (pp. 105-132).
- Ponte, J. & Serrazina, M. (2000). *Didática da Matemática do 1.º Ciclo*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Ralha, M. (1992). *Didática da Matemática: perspectivas gerais sobre educação matemática (Volume 1)*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Reis, R. (2004). *Desenvolvimento do Raciocínio Matemático*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Soutinho, F. (2015). *A compreensão dos problemas de estrutura aditiva e estrutura multiplicativa por crianças do pré-escolar*. Tese de Doutoramento. Braga: Universidade do Minho.
- Tuckman, B. (2002). *Manual de investigação em educação*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.
- Vale, I. (2004). *Algumas notas sobre investigação qualitativa em educação matemática, o estudo de caso*. *Revista da Escola Superior de Educação*, 5, (pp.171-200).
- Vale, I. & Pimentel, T. (2004). Resolução de Problemas. Em P. Palhares (Coord.), *Elementos de Matemática: para professores do Ensino Básico* (pp. 7-51). Lisboa: Lidel.

ANEXOS

Anexo 1- Exemplo de planificação do Pré-escolar

[illegible]

2.3.1. Comunicação oral	2.3.1.9)			Partilha acontecimentos do fim-de-semana;
3. Área do Conhecimento do Mundo				
3.2. <u>Abordagem às ciências</u>	3.2.11)			Identifica o estado do tempo; Identifica o dia da semana e o mês;
1. Área de Formação Pessoal e Social				
1.2. <u>Independência e autonomia</u>	1.2.10)			Adquire responsabilidade e toma decisões sobre as atividades que pretende realizar;
2. Área de Expressão e Comunicação				
2.2. <u>Domínio da Educação Artística</u>				
2.2.2. Subdomínio do Jogo Dramático	2.2.2.1)	<p>Expressão Dramática</p> <p>Ainda em grande grupo, a educadora estagiária explica às crianças que se vão deslocar ao ginásio e que, quando lá chegarem, devem sentar-se nos bancos calmamente. Uma vez no ginásio, a educadora estagiária procede à explicação da atividade a desenvolver: uma ida ao supermercado, na qual, 3 elementos do grupo serão os caixas e, os restantes, devem ir às compras, selecionar alguns produtos e, ir pagá-los à caixa, os caixas devem receber o pagamento do cliente e ver qual o troco que têm de dar de volta. Os caixas devem ir sendo trocados para que todos possam ir treinando, pois irão precisar dessas competências quando realizarem a lojinha de angariação de fundos para o Projeto do grupo. Se necessário, poderá ser entregue uma calculadora aos caixas. Aquando desta atividade, as crianças mais novas ficarão na sala com a outra educadora estagiária, realizando uma atividade lúdica: representar sequencialmente a sua rotina diária desde que acorda: acordar, higiene pessoal, vestir, tomar o pequeno almoço, ir para a escola/ sair da escola, brincar, tomar banho, vestir o pijama, jantar e deitar. A educadora pode ir dando dicas dos passos a seguir, mas, sempre que possível, devem ser as crianças a explicarem a ordem pela qual os acontecimentos se vão</p>	<p>3 Mesas; Produtos etiquetados; Dinheiro; Calculadoras;</p>	Envolve-se em situações de jogo simbólico e jogo dramático cada vez mais complexas;

<p>1. Área de Formação Pessoal e Social 1.2. <u>Independência e autonomia</u></p>	<p>1.2.2) 1.2.5)</p>	<p>desenrolando e como fazem cada uma delas. <u>Horário:</u> 10:00h às 10:30h</p> <p>Lanche Regressando à sala, as crianças responsáveis pela distribuição das mochilas realizam a sua tarefa, enquanto os restantes colegas aguardam, na grande mesa e calmamente, ouvindo música. Quando terminam a tarefa, as duas crianças dão ordem para que todos comecem então a lanchar (geralmente uma peça de fruta e um iogurte). <u>Horário:</u> 10:30h às 11:00h</p> <p>Atividades de exploração À medida que vão terminando o lanche, as crianças vão se dirigindo para as áreas escolhidas por si anteriormente. Por volta das 11:45h, a criança responsável por tocar as maracas realiza a sua tarefa e todos começam a arrumar as áreas em que estiveram a brincar. Aquando isto, a auxiliar vai chamando as crianças para irem à casa de banho e para lavarem as mãos. Por volta das 12:00h, o responsável forma o comboio e todos se dirigem à cantina para o almoço. É ainda de salientar que é neste espaço que decorrem uma série de atividades que permitem às crianças o seu desenvolvimento integral enquanto pessoa e enquanto elemento pertencente a uma sociedade. Assim, encontram-se planeadas áreas/atividades como: costura, desenho, pintura, colagem, computador, jogos de mesa, jogos de chão, biblioteca, experiências, casinha e modelagem. É também neste momento que as crianças vão, de forma autónoma e responsável, realizando os seus trabalhos da semana para posterior arquivo: um desenho, uma colagem, uma costura e uma pintura. No caso de existirem projetos a decorrer, é também nesta altura que se realiza o trabalho mais prático, como por exemplo, a construção de materiais. <u>Horário:</u> 11:00h às 11:45h</p> <p>Hora de almoço e recreio <u>Horário:</u> 12:00h às 13:30h</p> <p>Discussão acerca do Projeto + Sentido de Número De regresso à sala, cada criança vai buscar uma almofada e senta-se na grande roda. De</p>	<p>Maracas;</p> <p>Produtos;</p>	<p>Reconhece os materiais disponíveis e a sua localização, utilizando-os com cuidado; Realiza a tarefa que escolheu evidenciando autonomia;</p>
--	--------------------------	--	----------------------------------	--

<p>Comunicação <u>2.4. Domínio da Matemática</u> 2.4.1. Números e Operações</p>	<p>2.4.1.9)</p>	<p>seguida, a educadora deve colocar no centro desta todos os produtos já confeccionados para a lojinha e, questionar as crianças sobre qual será o preço mais justo a cobrar por cada um deles. Para tal, deve chamar à atenção para os custos dos materiais utilizados na confecção de cada produto e explicar que, para termos lucro, precisamos de pôr os produtos um pouco mais caros do que o valor que gastamos a confeccioná-los.</p>	<p>Etiquetas de Preço; Caneta; Saco com Cartões; Legos; Números de 1 a 9;</p>	<p>Estabelece diferentes correspondências;</p>
<p>2.4.1.2)</p>	<p>2.4.1.2)</p>	<p>Aquando desta atividade, as crianças mais novas irão estar na mesa com a outra educadora estagiária trabalhando o sentido de número. Assim, cada criança deve retirar de um saco um cartão com uma sequência de legos empilhados (anexo 14), de seguida, deve tentar representar a quantidade de legos com o algarismo correspondente e, então, posteriormente, recriar a sequência que lhe saiu em sorte atendendo exatamente às características expostas no cartão.</p>		<p>Identifica, numa contagem, que a quantidade total corresponde à última palavra número que disse;</p>
<p>2.4.1.4)</p>	<p>2.4.1.4)</p>	<p>Horário: 13:30h às 14:00h</p>		<p>Usa o nome dos números e os numerais escritos, para representar quantidades;</p>
<p>1. Área de Formação Pessoal e Social 1.2. Independência e autonomia</p>		<p>Atividades de exploração À medida que vão terminando o lanche, as crianças vão se dirigindo para as áreas escolhidas por si anteriormente. Por volta das 11:45h, a criança responsável por tocar as maracas realiza a sua tarefa e todos começam a arrumar as áreas em que estiveram a brincar. Aquando isto, a auxiliar vai chamando as crianças para irem à casa de banho e para lavarem as mãos. Por volta das 12:00h, o responsável forma o comboio e todos se dirigem à cantina para o almoço. É ainda de salientar que é neste espaço que decorrem uma série de atividades que permitem às crianças o seu desenvolvimento integral enquanto pessoa e enquanto elemento pertencente a uma sociedade. Assim, encontram-se planeadas áreas/atividades como: costura, desenho, pintura, colagem, computador, jogos de mesa, jogos de chão, biblioteca, experiências, casinha e modelagem. É também neste momento que as crianças vão, de forma autónoma e responsável, realizando os seus trabalhos da semana para posterior arquivo: um desenho, uma colagem, uma costura e uma pintura. No caso de existirem projetos a decorrer, é também nesta altura que se realiza o trabalho mais prático, como por exemplo, a construção de materiais.</p>	<p>Maracas;</p>	
<p>1.2.2)</p>	<p>1.2.2)</p>	<p>Horário: 14:00h às 15:00h</p>		
<p>1.2.5)</p>	<p>1.2.5)</p>			<p>Reconhece os materiais disponíveis e a sua localização, utilizando-os com cuidado;</p>
				<p>Realiza a tarefa que escolheu evidenciando autonomia;</p>

Anexo 2- Exemplo de planificação do 1.º Ciclo do Ensino Básico

Escola: EB1 da Igreja - Meadela		Ano de escolaridade: 4.º ano	Data: 23-04-2018		
Mestrando(as): Andreia Figueiredo e Cátia Santos		Dia da semana: segunda-feira	Período: 3º período		
Áreas/ Domínios	Objetivos específicos	Desenvolvimento da aula e propostas de trabalho	Materiais	Tempo	Avaliação
Matemática Geometria e Medida	- Medir capacidades utilizando as unidades do sistema métrico.	Os alunos entram, ordenadamente, na sala de aula, a professora estagiária dá oportunidade de os alunos partilharem acontecimentos do seu fim de semana.	<ul style="list-style-type: none"> - Copos medidores; - Água; - Objetos: pedras, molas de madeira, etc.; - Folhas de registo; - Manual de matemática; - Material de escrita; 	9h15 às 10h45	<p>O aluno:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Identifica o espaço ocupado pelo objeto, utilizando as unidades do sistema métrico;
		<p>Matemática – Unidades de capacidade</p> <p>A professora estagiária avisa os alunos que vão trabalhar em grupo, e para tal, sentam-se nos grupos de trabalho habituais. A PE começa por explicar que irá distribuir alguns materiais pelos diferentes grupos, bem como um copo medidor, com água. O objetivo da atividade é que cada grupo verifique o que acontece ao nível da água, quando mergulha um objeto no copo e que identifiquem o objeto que ocupa mais espaço. Para tal, cada grupo terá uma terá que registar a sua previsão de qual será o objeto que ocupa mais espaço e, posteriormente, registar o que realmente aconteceu. Posteriormente, cada grupo, partilha com a turma o que observaram, criando um pequeno momento de discussão. Após a partilha, cada aluno regressa ao seu lugar, e completa o texto presente na página 130 do manual de matemática (anexo 1).</p> <p>Intervalo</p>		10h45 às 11h15	

		<p>Matemática – Atividade de Relatório (Cátia Santos)</p>		<p>11h15 às 11h45</p>	
<p>Português</p>	<p>Oralidade</p>	<p>Português</p> <p>Atividade motivação: O caminho dos Direitos Humanos</p> <p>Como os alunos sentados nos seus lugares, a PE pede-lhes que, individualmente, respondam as seguintes questões:</p> <ul style="list-style-type: none"> • O que são os Direitos Humanos? • Achas que toda a população tem os seus direitos assegurados? <p>Depois de todos os alunos responderem, a PE pede-lhes que formem uma fila e se desloquem para o exterior da escola, a PE explica aos alunos que irão realizar um jogo. Para tal, cada aluno irá retirar um cartão (anexo 2) de um saco. Contudo, não o podem mostrar a ninguém, assim sendo, sentam-se no chão a ler o seu cartão e a pensar como representarão o seu papel.</p>	<p>- Cartões com personagens;</p>	<p>11h45 às 12h15</p>	<p>- Conseguir perceber quando tem de dar um passo em frente;</p>
		<p>Almoço</p>		<p>12h15 às 13h45</p>	

<p>Português</p> <p>Oralidade</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Justifica opiniões, atitudes e opções. - Usar a palavra de forma audível, com boa articulação e entoação. - Sensibilizar sobre a desigualdade de oportunidades. 	<p style="text-align: center;">Português</p> <p>Atividade motivação: O caminho dos Direitos Humanos (continuação)</p> <p>De regresso ao exterior da escola, pede aos alunos que se alinhem junto a uma parede (indicada pela PE) que servirá como linha de partida. A professora estagiária explica que irá ler algumas situações e acontecimentos (anexo 3). Sempre que quiserem/puderem dizer “sim”, dão um passo em frente, caso contrário, não saem do lugar. Durante a atividade, os alunos permanecem em silêncio. No final da atividade, a PE regista numa folha o lugar onde estava cada aluno. Posteriormente, a PE questiona os alunos sobre o que aconteceu durante o jogo e como se sentiram com a atividade. Depois, pede aos alunos que comentem as seguintes questões e que refiram o que aprenderam:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Como é que se sentiram ao dar um passo em frente, ou não? • Para quem deu muitos passos em frente, como se sentiram, quando começaram a reparar que as outras pessoas não estavam a andar tão depressa como vocês? • Alguém sentiu que houve momentos em que os seus Direitos Humanos mais básicos não estavam a ser representados? Alguém consegue adivinhar quais são os papéis das outras pessoas? (Neste momento, os alunos devem revelar à turma qual era a sua personagem). • Como é que imaginaram a pessoa que estavam a representar? • Acham que este exercício é, de alguma forma, um espelho da nossa sociedade? Porquê? • Quais os Direitos Humanos que estavam em jogo por cada personagem? Há alguma personagem que possa dizer que os seus Direitos Humanos não estavam a ser respeitados ou que não tinham acesso a eles? • Que passos poderiam ser dados para colmatar as desigualdades na sociedade? • E vocês, sem serem personagens, têm todos os direitos assegurados? Porquê? <p>Para terminar a atividade, a PE pede aos alunos que voltem a responder às</p>		<p>13h45 às 14h45</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Manifesta a sua opinião sobre a sua personagem, explicando o motivo porque não deu um passo; - Compreende as desigualdades existentes entre as várias personagens;
--	---	--	--	-----------------------	---

Gramática	- Distinguir siglas de acrónimos.	<p>questões:</p> <ul style="list-style-type: none"> • O que são os Direitos Humanos? • Achas que toda a população tem os seus direitos assegurados? <p>“Quem Quer Ser Milionário”</p> <p>De regresso à sala, a PE pede aos alunos que abram a lição e escrevam o título “Português: Siglas e Acrónimos” e, de seguida, os alunos devem registar no caderno a definição de sigla e de acrónimos, ditada pela professora estagiária. Posteriormente, divide a turma em quatro grupos e desafia os alunos a jogarem ao “Quem Quer Ser Milionário” (anexo 4). Para tal, terão de eleger um líder e a resposta só é válida quando for dada pelo líder. Assim sendo, cada grupo terá de chegar a consenso de qual será a resposta correta. Cada grupo terá oportunidade de responder à questão, contudo, pela ordem que cada líder levantar o braço. Por cada resposta certa, cada grupo recebe um ponto, que será registado no quadro de ardósia pela PE. No final do jogo, deve ser criado um pequeno momento de discussão, para que possam ser esclarecidas eventuais dúvidas.</p> <p>Inglês</p> <p>Aula lecionada por uma professora da área do Inglês.</p> <p>Intervalo</p>	<p>- Multimédia; - Quadro de ardósia; - Giz</p>	<p>14h45 às 15h45</p> <p>15h45 às 16h30</p>	<p>- Responde corretamente às questões;</p>
-----------	-----------------------------------	---	---	---	---

<p>Estudo do Meio</p> <p>À descoberta dos outros e das instituições</p> <p>Expressão Plástica</p> <p>Exploração de técnicas diversas de expressão</p>	<p>- Conhecer os factos históricos que se relacionam com os feriados nacionais e o seu significado.</p> <p>Explorar as diferentes de possibilidades de papel colorido, rasgando, desfiando, recortando, amassando, dobrando, ...</p>	<p>EAFM – Expressão Plástica – Comemorações do dia 25 de Abril</p> <p>Já com os alunos sentados nos seus lugares, a PE pergunta-lhes se sabem qual é o feriado que se irá comemorar durante a semana. É esperado que os alunos refiram que é o feriado do 25 de abril. Assim sendo, a PE questiona os alunos sobre as mudanças que ocorreram em Portugal após o dia 25 de abril de 1974, pelo que os alunos devem referir aspetos como liberdade, igualdade, democracia, entre outras coisas. Posto isto, a professora estagiária desafia os alunos a fazerem vários cravos (anexo 5) e a escreverem, em cada um, uma frase referente ao dia em questão. Um pouco antes de tocar, os alunos devem dirigir-se ao portão da escola para distribuírem os cravos que fizeram pelas pessoas que pretenderem (pais, funcionários, crianças, etc.).</p>	<p>- Papel de lustro; - Palitos; - Folhas brancas; - Tesouras; - Canetas;</p>	<p>16h30 às 17h30</p>	<p>- Identifica o feriado e relaciona-o com a história do país;</p> <p>- Elabora o cravo em papel lustre recorrendo as várias técnicas;</p>
---	--	---	---	-----------------------	---

Anexo 3- Autorização de consentimento informado

Ex.mo(a) Encarregado(a) de Educação,

No âmbito do Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do Primeiro Ciclo do Ensino Básico da Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo e até ao final deste ano letivo, vamos desenvolver a nossa Prática de Ensino Supervisionada na turma do(a) seu (sua) educando(a), como é do seu conhecimento. Pretendemos realizar duas investigações centradas nas áreas curriculares de Matemática (Cátia Santos) e de Português (Andreia Figueiredo). Para a sua concretização será necessário proceder à recolha de dados através de registos fotográficos, áudio e vídeo das atividades referentes aos estudos a realizar. Os dados recolhidos são confidenciais e utilizados exclusivamente na realização das investigações. Todos os dados serão devidamente codificados garantindo, assim, o anonimato das fontes quando publicados. Vimos por este meio solicitar a sua autorização para que o(a) seu(sua) educando(a) participe nestes estudos, permitindo a recolha dos dados acima mencionados. Estaremos ao seu dispor para prestar quaisquer esclarecimentos que considere pertinentes. Agradecendo desde já a sua disponibilidade e colaboração, solicitamos que assine a autorização abaixo e a devolva.

Viana do Castelo, 19 de março de 2018

As mestrandas,

Cátia Santos e Andreia Figueiredo

Eu, _____, encarregado(a) de educação do(a) aluno(a) _____, da turma _____ do _____º ano, declaro que autorizo/não autorizo (riscar o que não interessa) a participação do meu educando nos estudos acima referidos e a recolha de dados necessária à sua concretização.

Data: ____/____/____ Assinatura: _____

Anexo 4- Questionários

NOME: _____

DATA: _____

Lê todas as questões com atenção e responde.

1- Gostaste de resolver as tarefas matemáticas que te foram sendo propostas?

☐

Sim

☐

Não

Porquê?

2- Quando te pedem “Justifica a tua resposta” o que tens de fazer?

3- Explica por palavras tuas o que é justificar.

4- Consideras importante justificares as tuas respostas na área da matemática? Porquê?

5- Costumas justificar as tuas respostas nas outras áreas? Em que área te sentes mais à vontade para justificar? Porquê?



Anexo 5- Carta mistério das Piranhas



Nome Comum
Piranha

Nome Científico
Pygocentrus nattereri

(Frente)

Comprimento
28 a 33 cm

Peso
250 g

Longevidade
8 a 10 anos

Alimentação
Peixes, insetos, moluscos e crustáceos

Características
Estes animais vivem em grupos bastante grandes. A fêmea coloca os ovos sob a vegetação submersa, muitas vezes em ninhos em forma de taça construídos pelo macho. No período da postura de ovos, os machos são muito agressivos e protegem o ninho.

(Verso)

Anexo 6- Carta mistério dos Mandris



Nome Comum
Mandrill

Nome Científico
Mandrillus sphinx

(Frente)

Altura
85 cm

Peso
30 kg

Longevidade
40 anos

Alimentação
Fruta, flores, folhas, sementes e pequenos animais

Características
São animais diurnos e passam o dia no chão. Para sua segurança, sobem às árvores à noite dormindo sempre em sítios diferentes. Vivem em grupos e há um macho dominante que defende as fêmeas. "Sorriem" mostrando os enormes caninos aliviando assim a tensão e evitando guerras que iriam enfraquecer o próprio grupo.

(Verso)

Anexo 7- Cartas mistério do Chital, do Caimão e do Pato Mandarin



Nome Comum
Chital

Nome Científico
Axis axis

(Frente)

Altura
91 cm

Peso
86 kg

Longevidade
15 anos

Alimentação
Ervas, vegetação seca, flores e frutos

Características
É um animal diurno. Passa a maior parte do tempo a descansar ou à procura de novos pastos. São muito territoriais e existe uma hierarquia no grupo, onde os machos mais velhos e robustos são os dominantes. Esta espécie já foi introduzida em vários países, com sucesso, embora em alguns casos, tenha causado destruição da flora autóctone. São abatidos pelos caçadores, quer pela bonita pele, quer pelas grandiosas hastes do macho.

(Verso)



Nome Comum
Caimão

Nome Científico
Caiman crocodilus

(Frente)

Comprimento
1,5 a 2,1m

Peso
350 kg

Longevidade
30 a 40 anos

Alimentação
Peixes, aves, mamíferos, répteis e invertebrados aquáticos

Características
Animais poligâmicos, os machos acasalam com várias fêmeas. São geralmente solitários, exceto na época de acasalamento, tornando-se territoriais e agressivos. O macho e a fêmea protegem o ninho contra os ataques de predadores. Após eclosão, a fêmea coloca os filhotes na boca e leva-os para serem libertados na água. A capacidade de detetar vibrações na água, facilita na deteção das suas presas.

(Verso)



Nome Comum
Pato Mandarin

Nome Científico
Aix galericulata

(Frente)

Comprimento
49 cm

Peso
450 a 600 g

Longevidade
12 anos

Alimentação
Sementes, plantas, peixes e insetos

Características
Aves migratórias capazes de voar 800 km em 24 horas. A fêmea escolhe o lugar de nidificação em buracos de árvores e é a responsável pela incubação. Os juvenis estão aptos a voar, 40 dias após o nascimento. Na China e Japão, o pato mandarim é símbolo de fidelidade conjugal e felicidade.

(Verso)

Anexo 8- Carta mistério dos Tritões de Barriga Vermelha



Nome Comum
Tritão de barriga vermelha

Nome Científico
Taricha rivularis

(Frente)

Comprimento
14 a 19.5 cm

Peso
300 g

Longevidade
20 a 30 anos

Alimentação
Artrópodes, vermes

Características
São animais principalmente ativos à noite. Os movimentos migratórios são estimulados pelas chuvas no outono e regressam ao habitat terrestre na primavera. Os altos níveis de tetrodotoxina existentes na sua pele, torna os tritões não comestíveis para a maioria dos predadores.

(Verso)